

Współrzędne geomagnetyczne

$$U(r, \theta, \lambda) = R \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{R}{r}\right)^{n+1} \sum_{m=0}^n [g_n^m \cos(m\lambda) + h_n^m \sin(m\lambda)] \cdot P_n^m(\cos \theta)$$

$$U(r, \theta, \lambda, t) = R \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{R}{r}\right)^{n+1} \sum_{m=0}^n [g_n^m(t) \cos(m\lambda) + h_n^m(t) \sin(m\lambda)] \cdot P_n^m(\cos \theta)$$

Wzór przedstawia stałą część pola magnetycznego Ziemi (pierwszy stopień – pole dipolowe, plus pole rezydualne, 99% obserwowanego pola magnetycznego), gdzie

- U – potencjał,
- r – promień wodzący,
- θ – dopełnienie szerokości geograficznej ($90^\circ - \varphi$),
- λ – długość geograficzna,
- n – stopień i m – rząd,
- g_n^m, h_n^m – współczynniki Gaussa stopnia n i rzędu m ,
- P_n^m – stowarzyszone wielomiany Legendre'a stopnia n i rzędu m dla argumentu $\cos \theta$,

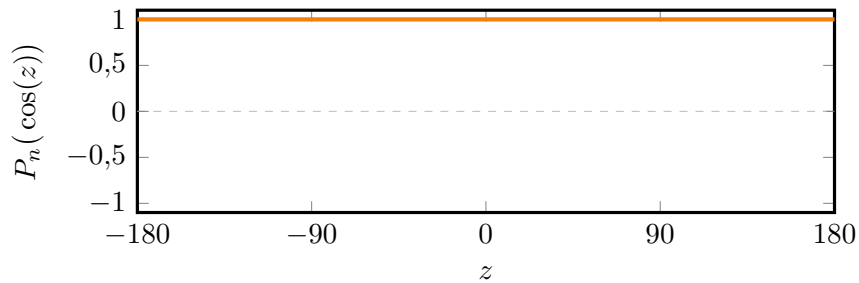
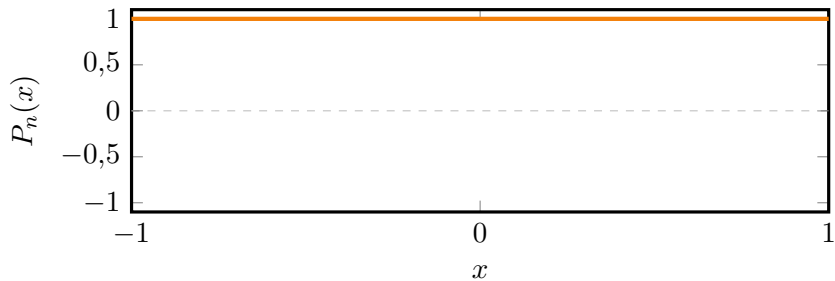
Wielomiany Legendre'a dla $m = 0$

- $$P_{n+1}(x) = \frac{2n+1}{n+1}x \cdot P_n(x) - \frac{n}{n+1}P_{n-1}(x)$$

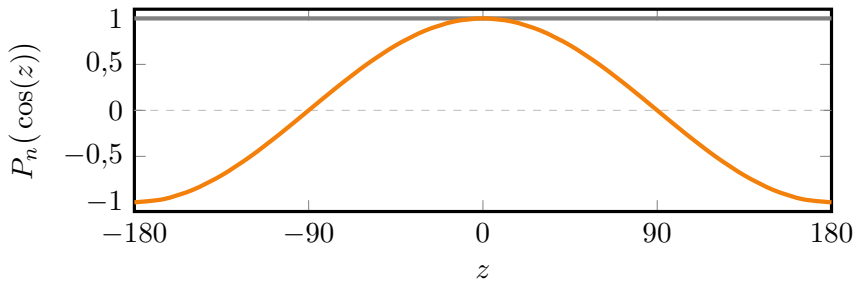
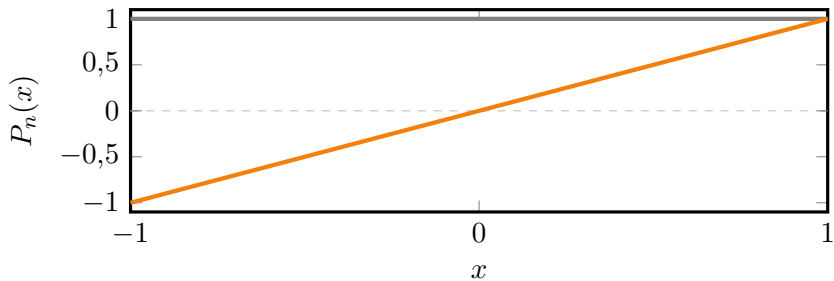
wzór rekurencyjny

- $$P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - 1)^n$$

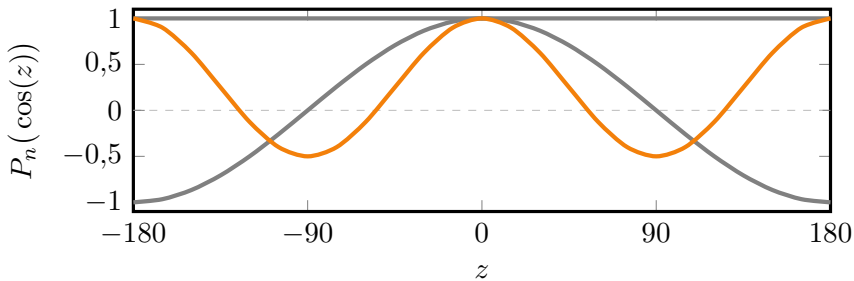
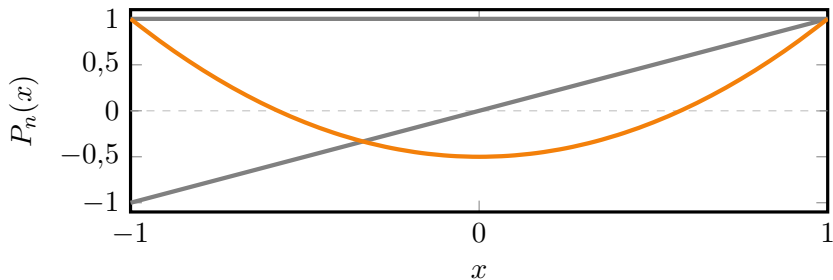
wzór Rodriguesa



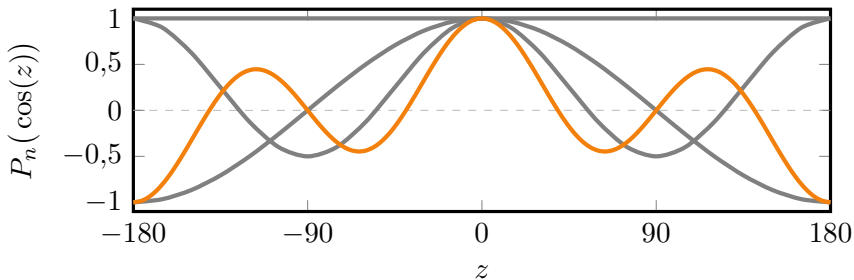
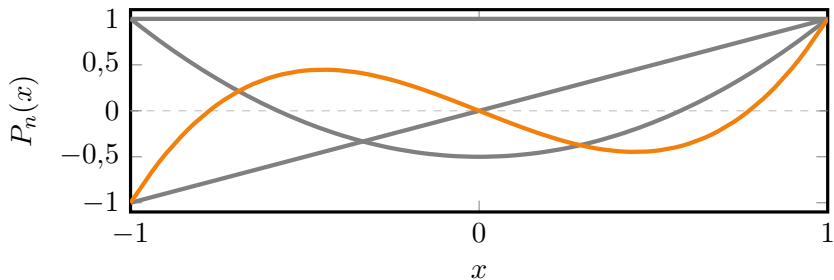
$$P_0(x) = 1$$



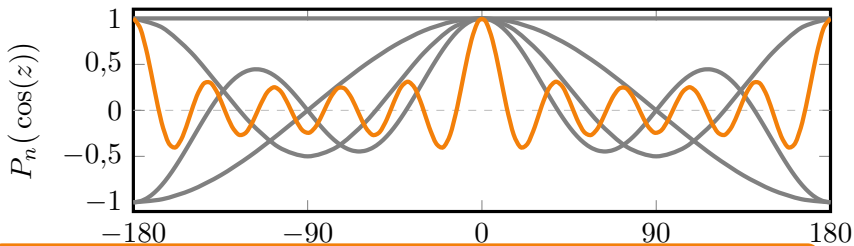
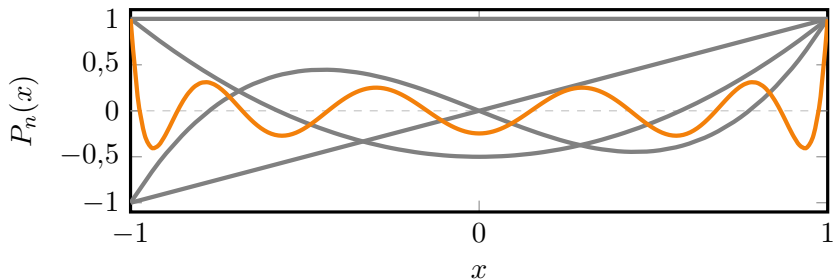
$$P_1(x) = x$$



$$P_2(x) = \frac{3}{2} \cdot x^2 - \frac{1}{2}$$

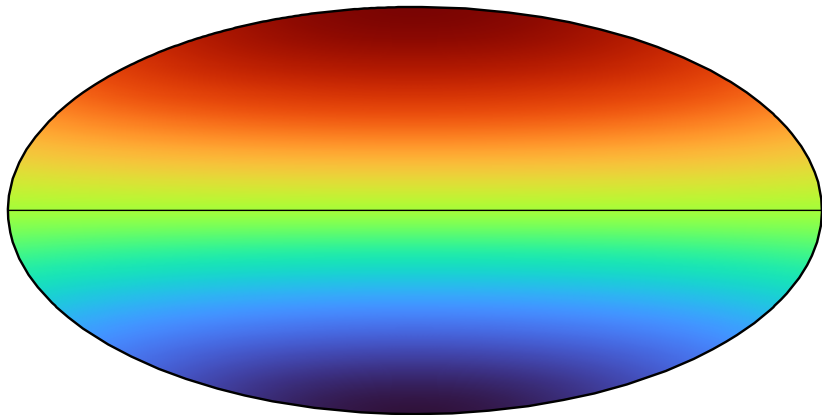


$$P_3(x) = \frac{5}{2} \cdot x^3 - \frac{3}{2} \cdot x$$

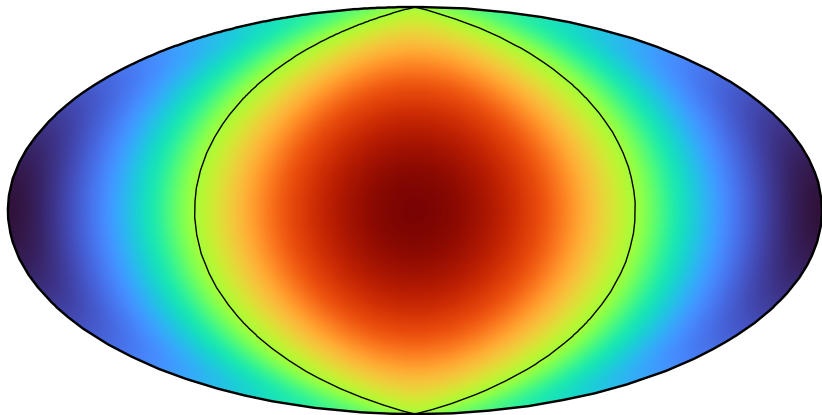


$$P_{10}(x) = 1/256 \cdot (46189 \cdot x^{10} - 109395 \cdot x^8 + 90090 \cdot x^6 - 30030 \cdot x^4 + 3465 \cdot x^2 - 63)$$

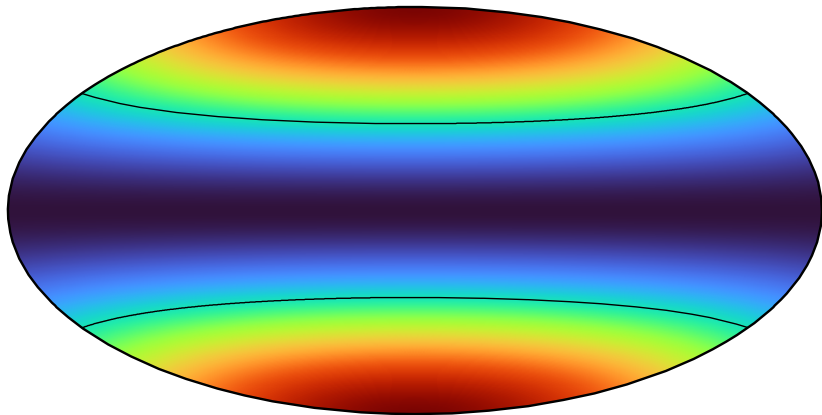
Sferyczne harmoniczne $n = 1, m = 0$



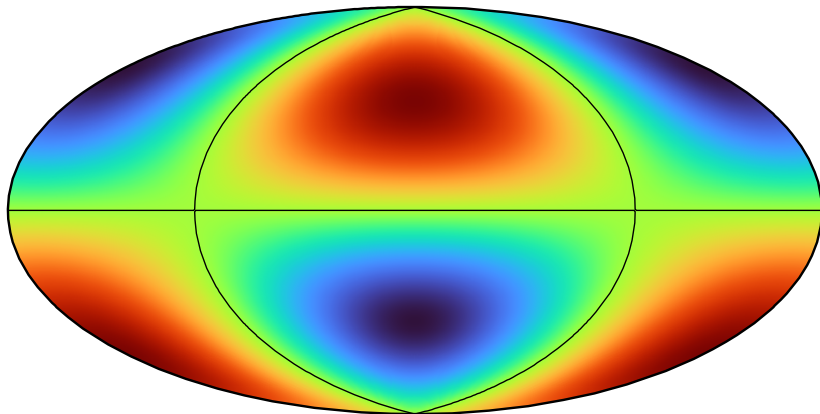
Sferyczne harmoniczne $n = 1, m = 1$



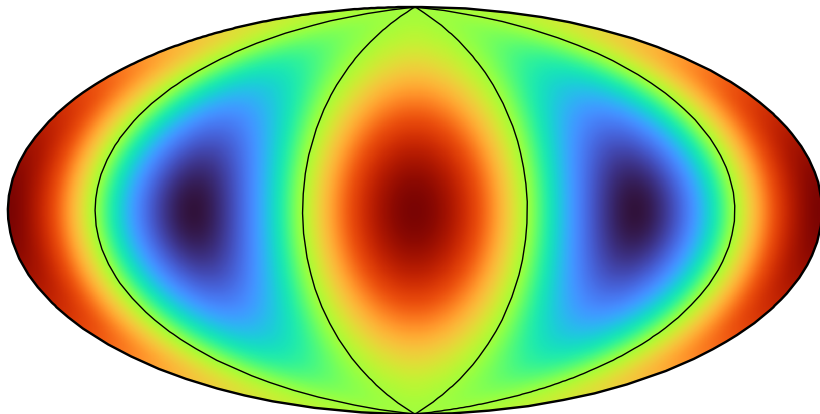
Sferyczne harmoniczne $n = 2, m = 0$



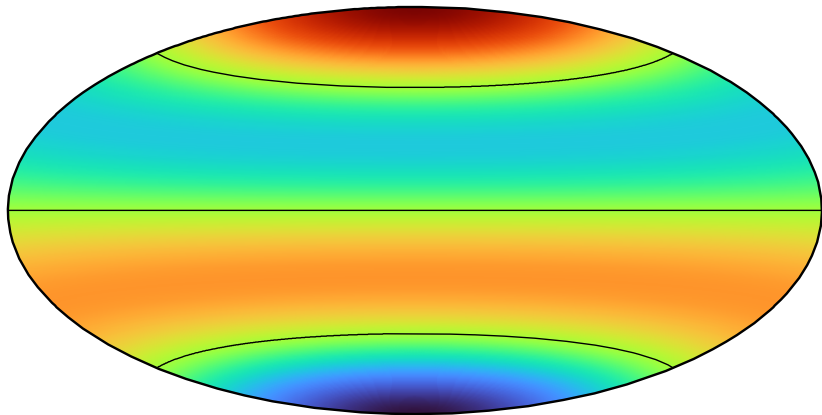
Sferyczne harmoniczne $n = 2, m = 1$



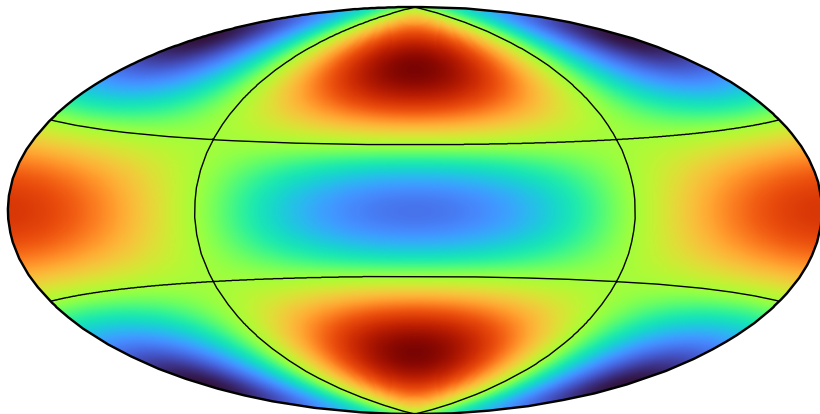
Sferyczne harmoniczne $n = 2, m = 2$



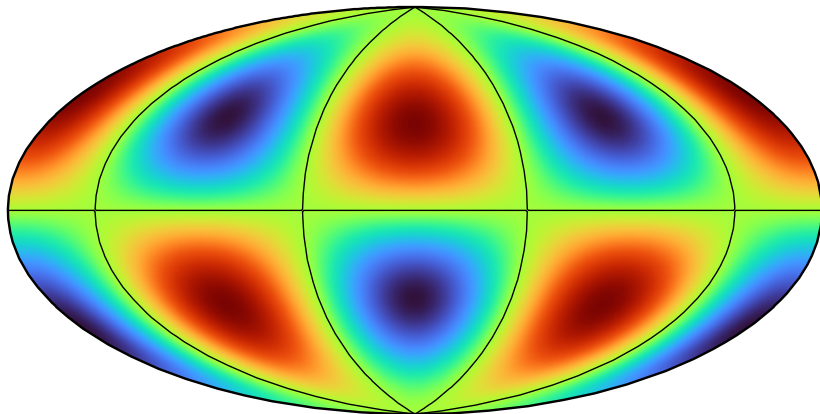
Sferyczne harmoniczne $n = 3, m = 0$



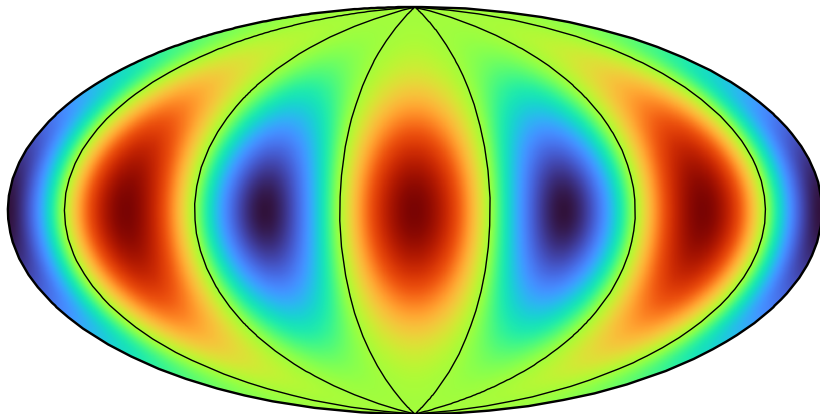
Sferyczne harmoniczne $n = 3, m = 1$



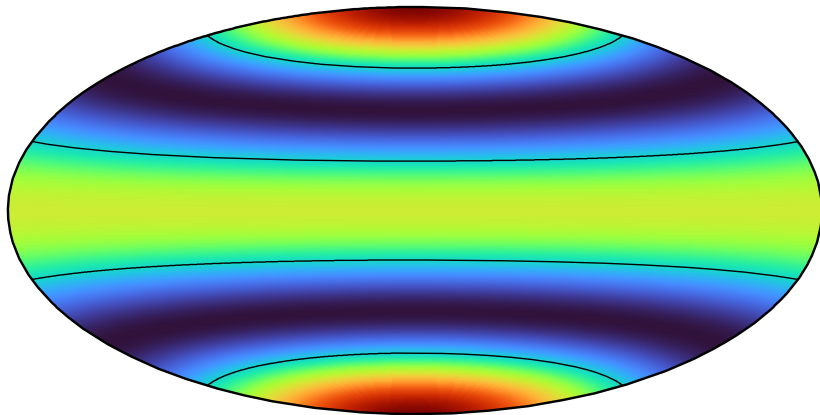
Sferyczne harmoniczne $n = 3, m = 2$



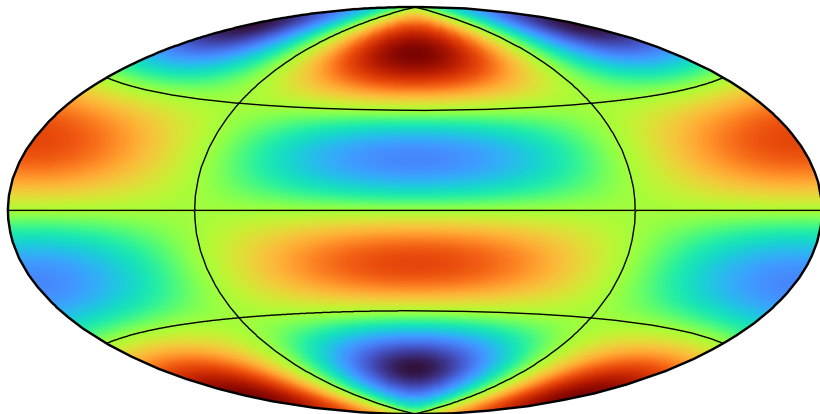
Sferyczne harmoniczne $n = 3, m = 3$



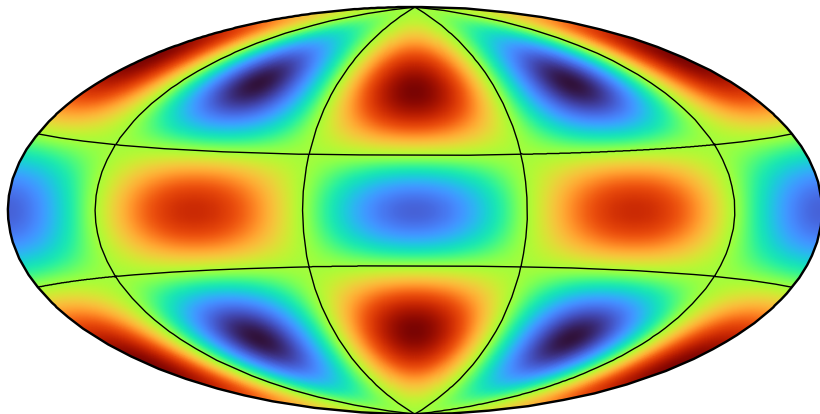
Sferyczne harmoniczne $n = 4, m = 0$



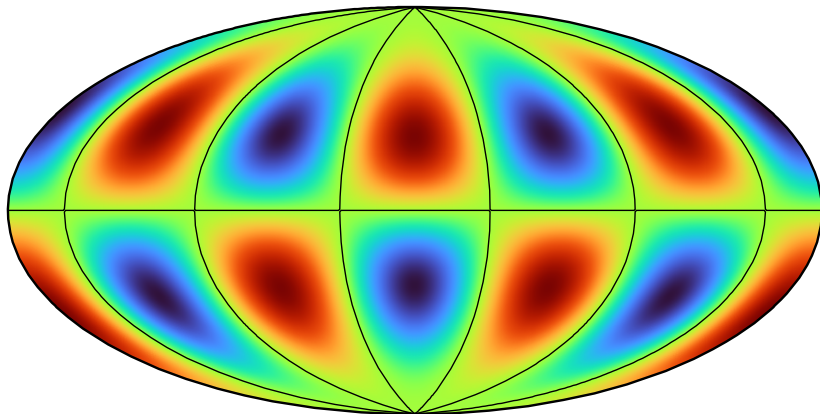
Sferyczne harmoniczne $n = 4, m = 1$



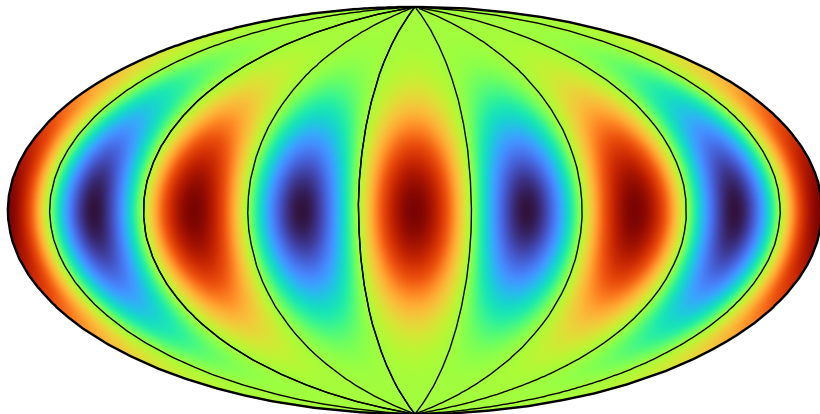
Sferyczne harmoniczne $n = 4, m = 2$



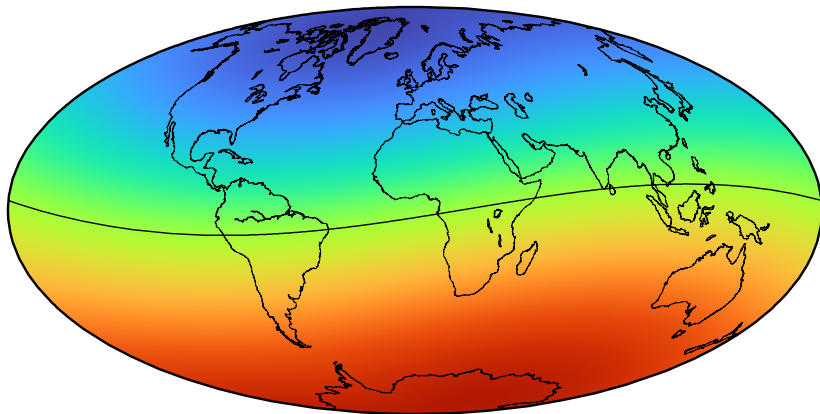
Sferyczne harmoniczne $n = 4, m = 3$



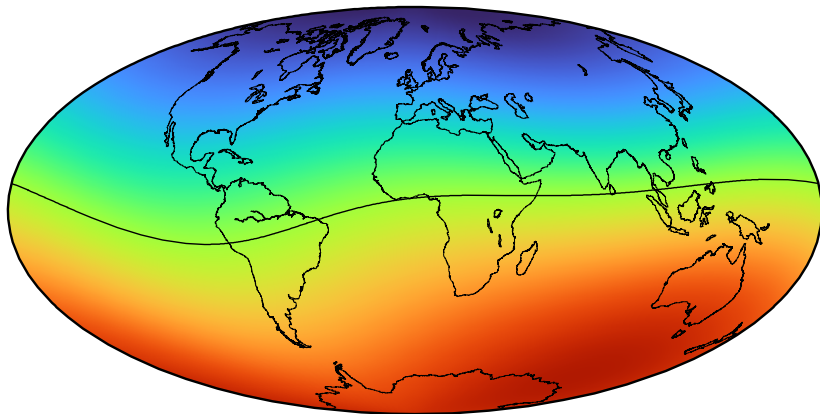
Sferyczne harmoniczne $n = 4, m = 4$



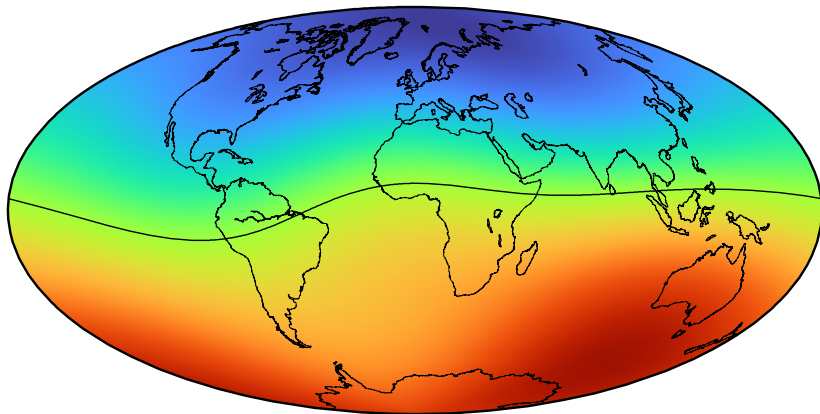
Sferyczne harmoniczne $n = 1$



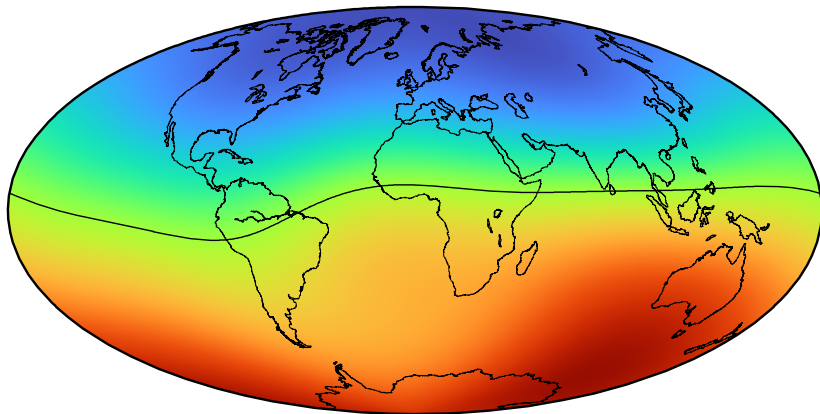
Sferyczne harmoniczne $n = 2$



Sferyczne harmoniczne $n = 3$



Sferyczne harmoniczne $n = 4$



Gaussian coefficients

https:

[//www.ngdc.noaa.gov/IAGA/vmod/coeffs/igrf13coeffs.txt](https://www.ngdc.noaa.gov/IAGA/vmod/coeffs/igrf13coeffs.txt)

g_1^0 g_1^1 h_1^1

3

suma: 3

Gaussian coefficients

https:

[//www.ngdc.noaa.gov/IAGA/vmod/coeffs/igrf13coeffs.txt](https://www.ngdc.noaa.gov/IAGA/vmod/coeffs/igrf13coeffs.txt)

g_1^0	g_1^1	h_1^1								3
g_2^0	g_2^1	h_2^1	g_2^2	h_2^2						5
g_3^0	g_3^1	h_3^1	g_3^2	h_3^2	g_3^3	h_3^3				7

suma: 15

Gaussian coefficients

https:

[//www.ngdc.noaa.gov/IAGA/vmod/coeffs/igrf13coeffs.txt](https://www.ngdc.noaa.gov/IAGA/vmod/coeffs/igrf13coeffs.txt)

g_1^0	g_1^1	h_1^1								3
g_2^0	g_2^1	h_2^1	g_2^2	h_2^2						5
g_3^0	g_3^1	h_3^1	g_3^2	h_3^2	g_3^3	h_3^3				7
g_4^0	g_4^1	h_4^1	g_4^2	h_4^2	g_4^3	h_4^3	g_4^4	h_4^4		9

suma: 24

Gaussian coefficients

https:

[//www.ngdc.noaa.gov/IAGA/vmod/coeffs/igrf13coeffs.txt](https://www.ngdc.noaa.gov/IAGA/vmod/coeffs/igrf13coeffs.txt)

g_1^0	g_1^1	h_1^1								3
g_2^0	g_2^1	h_2^1	g_2^2	h_2^2						5
g_3^0	g_3^1	h_3^1	g_3^2	h_3^2	g_3^3	h_3^3				7
g_4^0	g_4^1	h_4^1	g_4^2	h_4^2	g_4^3	h_4^3	g_4^4	h_4^4		9

suma: 24

Szereg arytmetyczny, całkowita liczba współczynników Gaussa jest równa:

$$(1 + 2 + 2 \cdot n + 1) \cdot \frac{n}{2} = n \cdot (n + 2)$$

Gaussian coefficients

https:

[//www.ngdc.noaa.gov/IAGA/vmod/coeffs/igrf13coeffs.txt](https://www.ngdc.noaa.gov/IAGA/vmod/coeffs/igrf13coeffs.txt)

g_1^0	g_1^1	h_1^1								3
g_2^0	g_2^1	h_2^1	g_2^2	h_2^2						5
g_3^0	g_3^1	h_3^1	g_3^2	h_3^2	g_3^3	h_3^3				7
g_4^0	g_4^1	h_4^1	g_4^2	h_4^2	g_4^3	h_4^3	g_4^4	h_4^4		9

suma: 24

Szereg arytmetyczny, całkowita liczba współczynników Gaussa jest równa:

$$(1 + 2 + 2 \cdot n + 1) \cdot \frac{n}{2} = n \cdot (n + 2)$$

Dla IGRF13 (do stopnia $n = 13$) podanych jest 195 współczynników.

Ćwiczenie

Używając modelu IGRF13 (<https://www.ngdc.noaa.gov/IAGA/vmod/coeffs/igrf13coeffs.txt>) i zakładając model dipolowy, policz natężenie pola magnetycznego (3 składowe) oraz deklinację i inklinację dla punktu o wybranych współrzędnych (φ, λ) .

Ćwiczenie

Używając modelu IGRF13 (<https://www.ngdc.noaa.gov/IAGA/vmod/coeffs/igrf13coeffs.txt>) i zakładając model dipolowy, policz natężenie pola magnetycznego (3 składowe) oraz deklinację i inklinację dla punktu o wybranych współrzędnych (φ, λ) .

$$X = -g_1^0 \sin \theta + (g_1^1 \cos \lambda + h_1^1 \sin \lambda) \cos \theta$$

$$Y = g_1^1 \sin \lambda - h_1^1 \cos \lambda$$

$$Z = -2 \left[g_1^0 \cos \theta + (g_1^1 \cos \lambda + h_1^1 \sin \lambda) \sin \theta \right]$$

Ćwiczenie

Używając modelu IGRF13 (<https://www.ngdc.noaa.gov/IAGA/vmod/coeffs/igrf13coeffs.txt>) i zakładając model dipolowy, policz natężenie pola magnetycznego (3 składowe) oraz deklinację i inklinację dla punktu o wybranych współrzędnych (φ , λ).

$$X = -g_1^0 \sin \theta + (g_1^1 \cos \lambda + h_1^1 \sin \lambda) \cos \theta$$

$$Y = g_1^1 \sin \lambda - h_1^1 \cos \lambda$$

$$Z = -2 \left[g_1^0 \cos \theta + (g_1^1 \cos \lambda + h_1^1 \sin \lambda) \sin \theta \right]$$

$$X = -g_1^0 \cos \varphi + (g_1^1 \cos \lambda + h_1^1 \sin \lambda) \sin \varphi$$

$$Y = g_1^1 \sin \lambda - h_1^1 \cos \lambda$$

$$Z = -2 \left[g_1^0 \sin \varphi + (g_1^1 \cos \lambda + h_1^1 \sin \lambda) \cos \varphi \right]$$

Całkowite natężenie pola magnetycznego:

Całkowite natężenie pola magnetycznego:

$$F = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$$

Całkowite natężenie pola magnetycznego:

$$F = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$$

Deklinacja:

Całkowite natężenie pola magnetycznego:

$$F = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$$

Deklinacja:

$$D = \text{arc tg } \frac{Y}{X}$$

Całkowite natężenie pola magnetycznego:

$$F = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$$

Deklinacja:

$$D = \text{arc tg } \frac{Y}{X}$$

Inklinacja:

Całkowite natężenie pola magnetycznego:

$$F = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$$

Deklinacja:

$$D = \text{arc tg } \frac{Y}{X}$$

Inklinacja:

$$I = \text{arc tg } \frac{Z}{\sqrt{X^2 + Y^2}}$$