

Obciążeniowe deformacje skorupy Ziemskiej

Na czym polega
zjawisko?

Obciążenia
atmosferyczne

Obciążenia
„hydrologiczne”

Jak modelować
zjawiska
obciążeniowe

Funkcje Greena

Obciążenia punktowe

Obciążenia powierzchniowe



Skorupa jest elastyczna!

Obciążeniowe
deformacje
skorupy Ziemskiej

Na czym polega
zjawisko?

Obciążenia
atmosferyczne

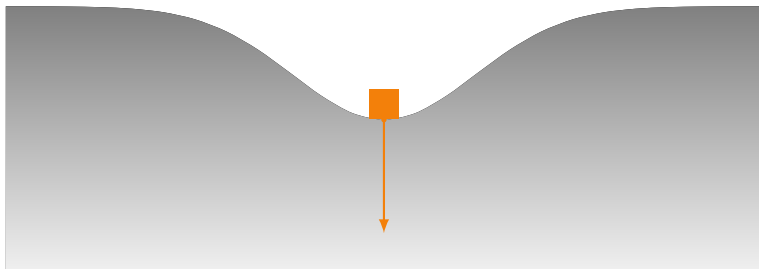
Obciążenia
„hydrologiczne”

Jak modelować
zjawiska
obciążeniowe

Funkcje Greena

Obciążenia punktowe

Obciążenia powierzchniowe



Skorupa jest elastyczna!

Obciążeniowe deformacje skorupy Ziemskiej

Na czym polega
zjawisko?

Obciążenia
atmosferyczne

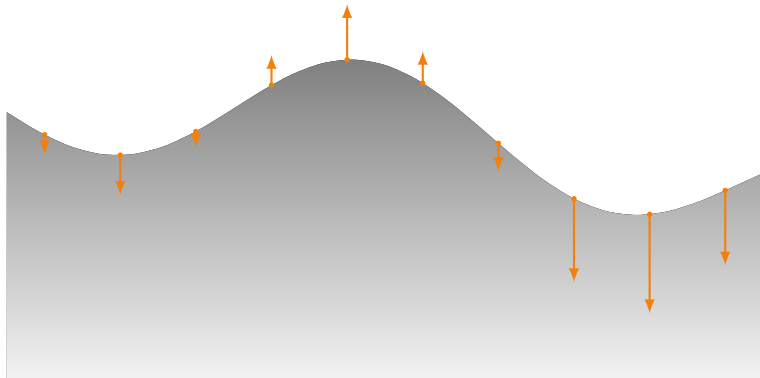
Obciążenia
„hydrologiczne”

Jak modelować
zjawiska
obciążeniowe

Funkcje Greena

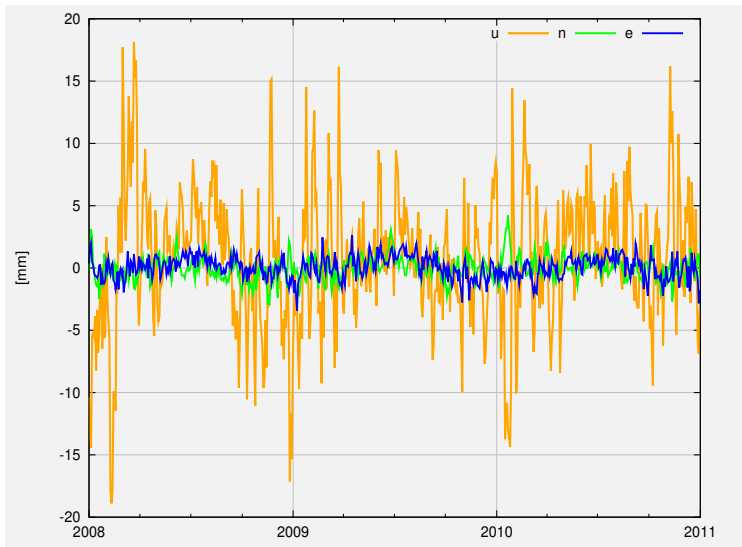
Obciążenia punktowe

Obciążenia powierzchniowe



ATML – przykład JOZE

Obciążeniowe
deformacje
skorupy Ziemskej



Na czym polega
zjawisko?

Obciążenia
atmosferyczne

Obciążenia
„hydrologiczne”

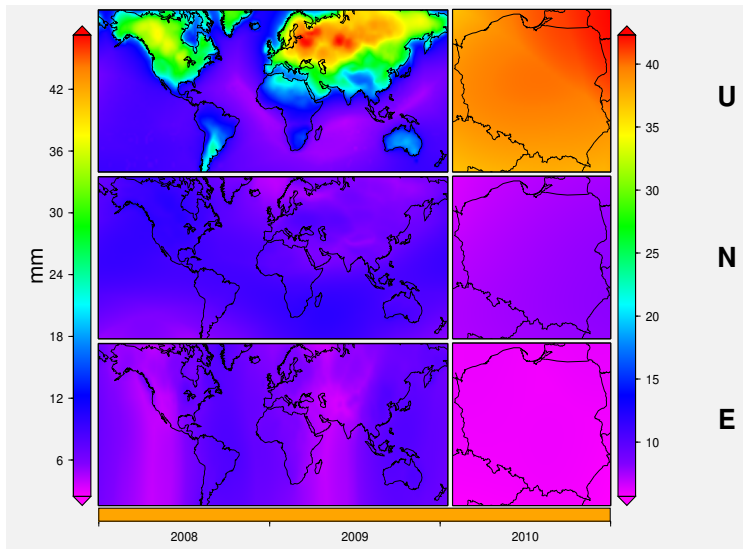
Jak modelować
zjawiska
obciążeniowe

Funkcje Greena

Obciążenia punktowe

Obciążenia powierzchniowe

Obciążeniowe deformacje skorupy Ziemskiej



Na czym polega zjawisko?

Obciążenia atmosferyczne

Obciążenia „hydrologiczne”

Jak modelować zjawiska obciążeniowe

Funkcje Greena

Obciążenia punktowe

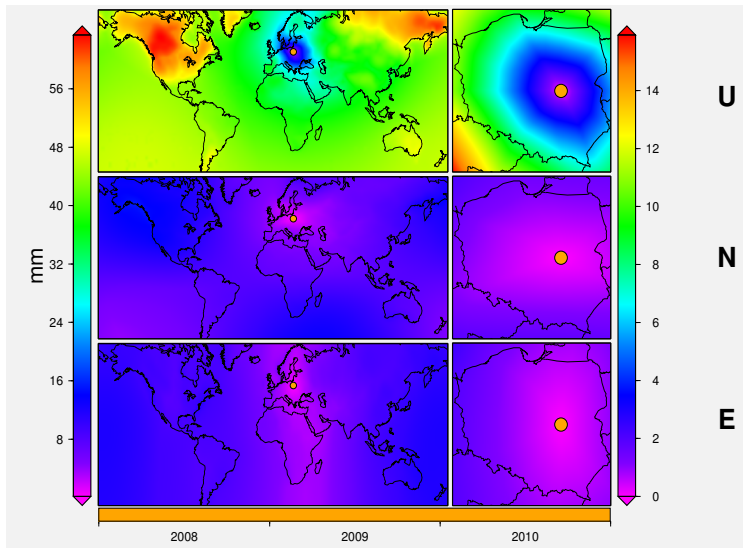
Obciążenia powierzchniowe

U

N

E

Obciążeniowe deformacje skorupy Ziemskiej



Na czym polega zjawisko?

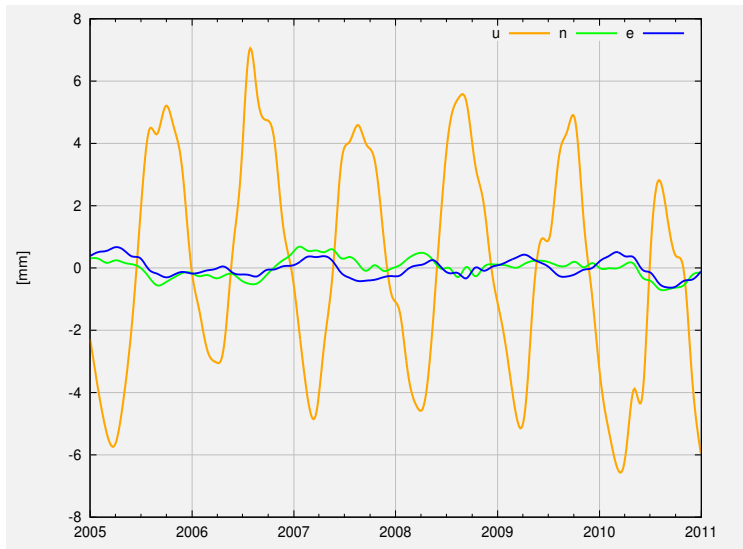
Obciążenia atmosferyczne

Obciążenia „hydrologiczne”

Jak modelować zjawiska obciążeniowe

- Funkcje Greena
- Obciążenia punktowe
- Obciążenia powierzchniowe

HYDL – przykład JOZE



Obciążeniowe
deformacje
skorupy Ziemskiej

Na czym polega
zjawisko?

Obciążenia
atmosferyczne

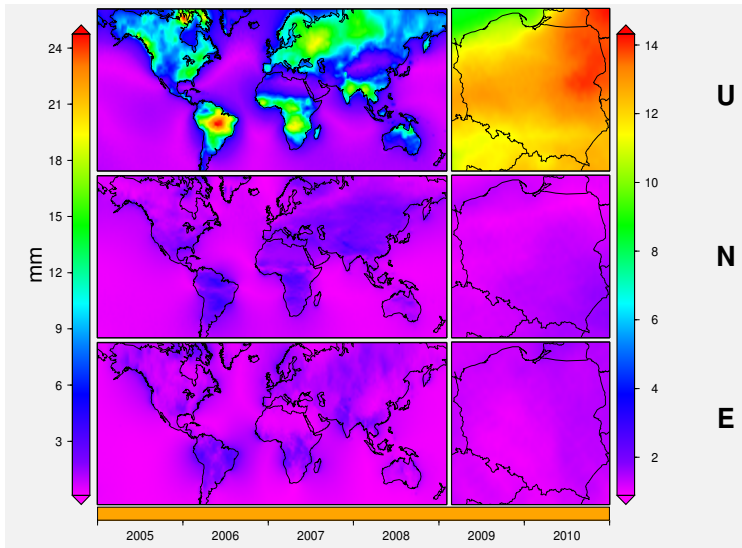
Obciążenia
„hydrologiczne”

Jak modelować
zjawiska
obciążeniowe

Funkcje Greena

Obciążenia punktowe

Obciążenia powierzchniowe



Obciążeniowe
deformacje
skorupy Ziemskiej

Na czym polega
zjawisko?

Obciążenia
atmosferyczne

Obciążenia
„hydrologiczne”

Jak modelować
zjawiska
obciążeniowe

Funkcje Greena

Obciążenia punktowe

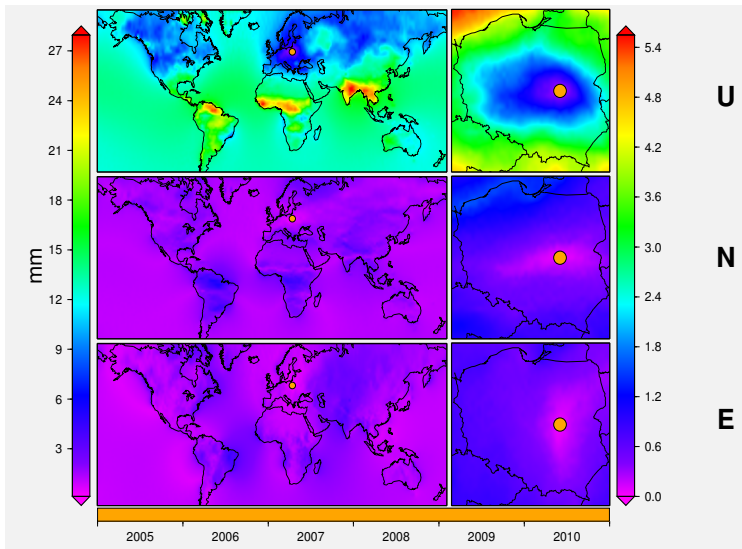
Obciążenia powierzchniowe

U

N

E

Obciążeniowe deformacje skorupy Ziemskiej



Na czym polega zjawisko?

Obciążenia atmosferyczne

Obciążenia „hydrologiczne”

Jak modelować zjawiska obciążeniowe

Funkcje Greena

Obciążenia punktowe

Obciążenia powierzchniowe

Obciążeniowe liczby Love'a → F. Greena

$\psi [^\circ]$	G_r	G_h
0,0001	-33,640	-11,250
0,001	-33,560	-11,250
0,01	-32,750	-11,240
0,02	-31,860	-11,210
0,03	-30,980	-11,160
0,04	-30,120	-11,090
0,06	-28,440	-10,900
0,08	-26,870	-10,650
0,1	-25,410	-10,360
0,16	-21,800	-9,368

Obciążeniowe
deformacje
skorupy Ziemskiej

Na czym polega
zjawisko?

Obciążenia
atmosferyczne

Obciążenia
„hydrologiczne”

Jak modelować
zjawiska
obciążeniowe

Funkcje Greena

Obciążenia punktowe

Obciążenia powierzchniowe

$$G_r = \frac{a}{m} \cdot \sum_1^{\infty} h'_n \cdot P_n(\cos \psi)$$

$$G_h = \frac{a}{m} \cdot \sum_1^{\infty} l'_n \cdot \frac{\partial P_n(\cos \psi)}{\partial \psi} \cdot (-\cos \alpha, -\sin \alpha)$$

Obciążeniowe liczby Love'a \rightarrow F. Greena

Obciążeniowe
deformacje
skorupy Ziemskiej

ψ [°]	G_r	G_h
0,0001	-33,640	-11,250
0,001	-33,560	-11,250
0,01	-32,750	-11,240
0,02	-31,860	-11,210
0,03	30,080	11,160

Na czym polega
zjawisko?

Obciążenia
atmosferyczne

Obciążenia
"liczne"

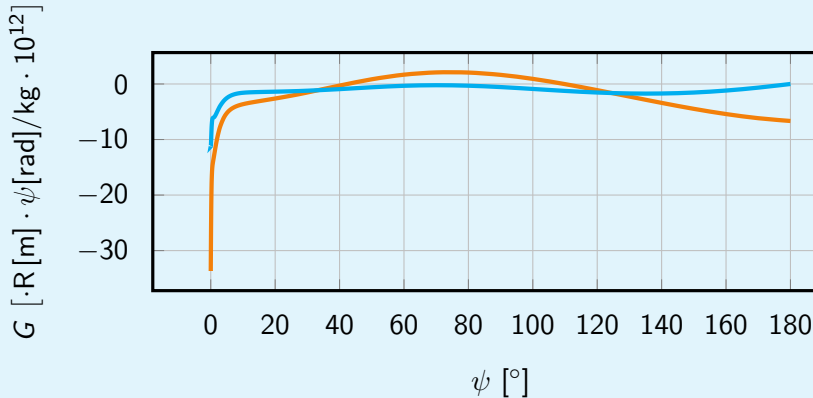
łować

owe

na

unktowe

powierzchniowe



Obciążeniowe liczby Love'a \rightarrow F. Greena

Obciążeniowe
deformacje
skorupy Ziemskiej

ψ [°]	G_r	G_h
0,0001	-33,640	-11,250
0,001	-33,560	-11,250
0,01	-32,750	-11,240
0,02	-31,860	-11,210
0,03	-31,000	-11,160

Na czym polega
zjawisko?

Obciążenia
atmosferyczne

Obciążenia
"liczne"

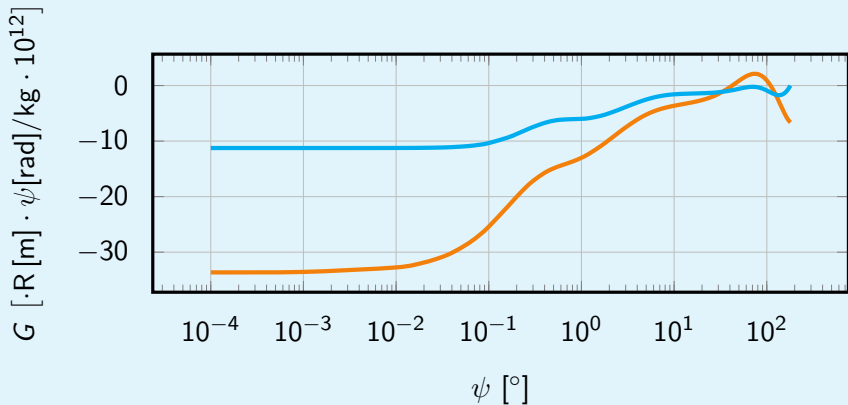
łować

owe

na

unktowe

powierzchniowe



F. Greena

ψ [°]	G_r	G_h
1,2	-12,310	-5,881
1,6	-10,950	-5,475
2	-9,757	-4,981
2,5	-8,519	-4,388
3	-7,533	-3,868
4	-6,131	-3,068
5	-5,237	-2,523
6	-4,660	-2,156
7	-4,272	-1,915
8	-3,999	-1,754
9	-3,798	-1,649
10	-3,640	-1,582
12	-3,392	-1,504
16	-2,999	-1,435
20	-2,619	-1,386
25	-2,103	-1,312
30	-1,530	-1,211
40	-0,292	-0,926

Obciążeniowe
deformacje
skorupy Ziemskiej

Na czym polega
zjawisko?

Obciążenia
atmosferyczne

Obciążenia
„hydrologiczne”

Jak modelować
zjawiska
obciążeniowe

Funkcje Greena

Obciążenia punktowe

Obciążenia powierzchniowe

F. Greena

Obciążeniowe
deformacje
skorupy Ziemskiej

ψ [°]	G_r	G_h
50	0,848	-0,592
60	1,676	-0,326
70	2,083	-0,223
80	2,057	-0,310
90	1,643	-0,555
100	0,920	-0,894
110	-0,025	-1,247
120	-1,112	-1,537
130	-2,261	-1,706
140	-3,405	-1,713
150	-4,476	-1,540
160	-5,414	-1,182
170	-6,161	-0,657
180	-6,663	0,000

Na czym polega
zjawisko?

Obciążenia
atmosferyczne

Obciążenia
„hydrologiczne”

Jak modelować
zjawiska
obciążeniowe

Funkcje Greena

Obciążenia punktowe

Obciążenia powierzchniowe

Przykład

Obciążeniowe
deformacje
skorupy Ziemskiej

Na czym polega
zjawisko?

Obciążenia
atmosferyczne

Obciążenia
„hydrologiczne”

Jak modelować
zjawiska
obciążeniowe

Funkcje Greena

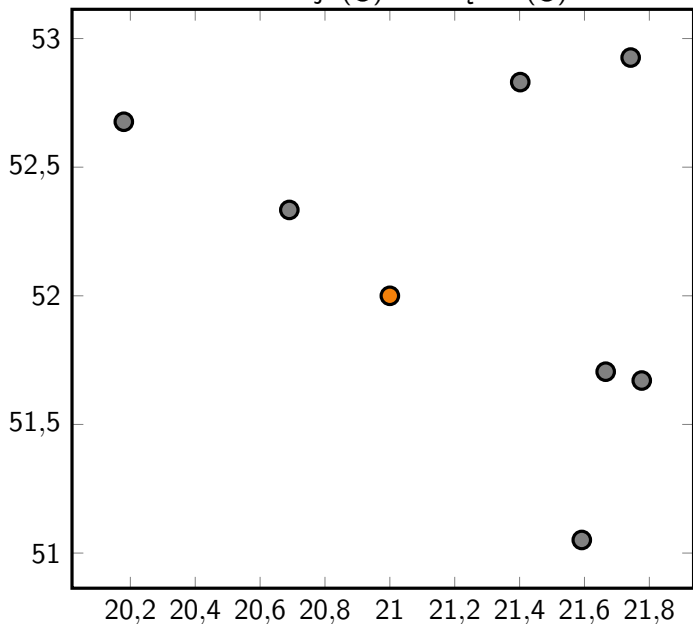
Obciążenia punktowe

Obciążenia powierzchniowe

■ Dane do przykładu

#	nr	fi [st dz]	la [st dz]	masa [kg]
#	0	51.05096	21.59173	140244588354.7
	0	51.70503	21.66539	57311123728.4
	0	52.33383	20.69009	9492365582.8
	0	52.92611	21.74237	173396225370.8
	0	52.67658	20.17984	18645485853.6
	0	51.67071	21.77657	7696839740.8
	0	52.83065	21.40196	16233374696.9
#				

■ Rozmieszczenie stacji (●) i obciążeń (●).



Obciążeniowe
deformacje
skorupy Ziemskiej

Na czym polega
zjawisko?

Obciążenia
atmosferyczne

Obciążenia
„hydrologiczne”

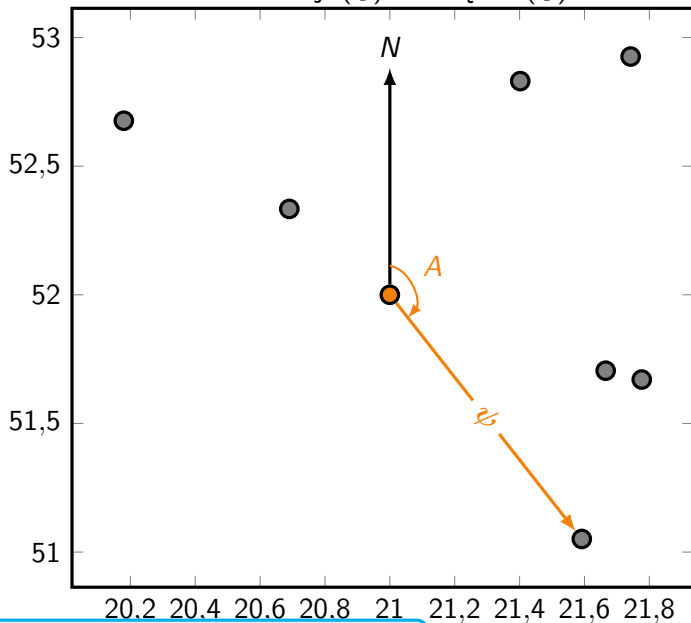
Jak modelować
zjawiska
obciążeniowe

Funkcje Greena

Obciążenia punktowe

Obciążenia powierzchniowe

■ Rozmieszczenie stacji (●) i obciążeń (●).



Obciążeniowe
deformacje
skorupy Ziemskiej

Na czym polega
zjawisko?

Obciążenia
atmosferyczne

Obciążenia
„hydrologiczne”

Jak modelować
zjawiska
obciążeniowe

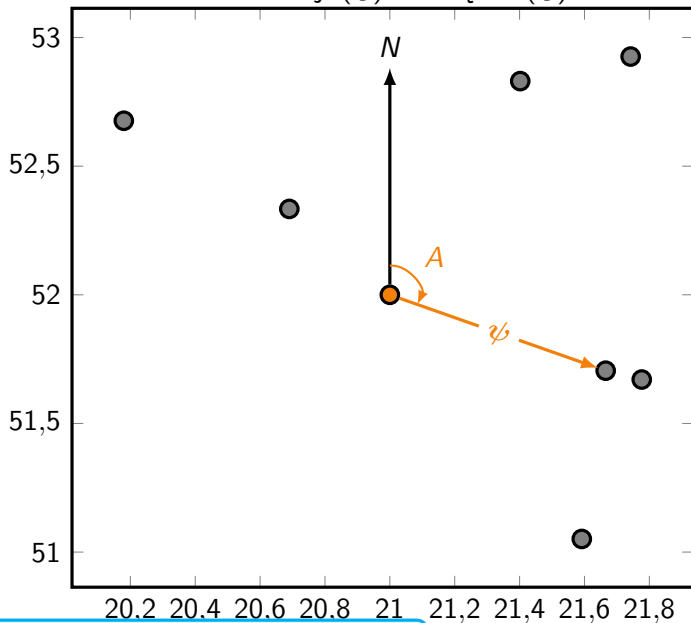
Funkcje Greena

Obciążenia punktowe

Obciążenia powierzchniowe

Z wzorów trygonometrii sferycznej

■ Rozmieszczenie stacji (●) i obciążeń (●).



Obciążeniowe
deformacje
skorupy Ziemskiej

Na czym polega
zjawisko?

Obciążenia
atmosferyczne

Obciążenia
„hydrologiczne”

Jak modelować
zjawiska
obciążeniowe

Funkcje Greena

Obciążenia punktowe

Obciążenia powierzchniowe

Z wzorów trygonometrii sferycznej

Obciążeniowe deformacje skorupy Ziemskiej

Na czym polega
zjawisko?

Obciążenia
atmosferyczne

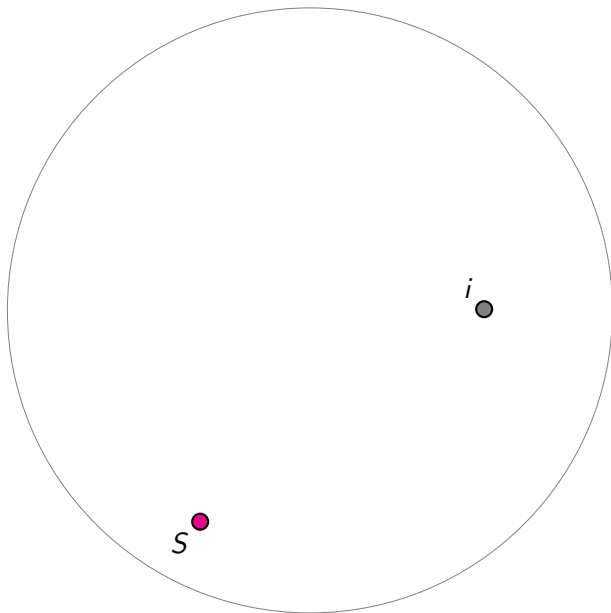
Obciążenia
„hydrologiczne”

Jak modelować
zjawiska
obciążeniowe

Funkcje Greena

Obciążenia punktowe

Obciążenia powierzchniowe



Obciążeniowe deformacje skorupy Ziemskiej

Na czym polega zjawisko?

Obciążenia atmosferyczne

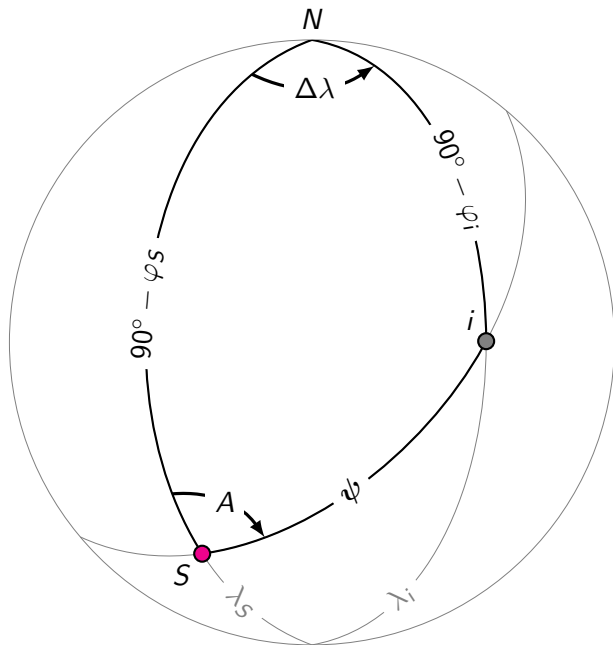
Obciążenia „hydrologiczne”

Jak modelować zjawiska obciążeniowe

Funkcje Greena

Obciążenia punktowe

Obciążenia powierzchniowe



N

$$\psi = 2 \arcsin \left(\sqrt{\sin^2 \left(\frac{\Delta\varphi}{2} \right) + \cos \varphi_S \cos \varphi_i \sin^2 \left(\frac{\Delta\lambda}{2} \right)} \right)$$

lub

$$\psi = \arccos \left(\sin \varphi_S \sin \varphi_i + \cos \varphi_S \cos \varphi_i \cos \Delta\lambda \right)$$

$$A = \arctg \left(\frac{\cos(\varphi_S) \cos(\varphi_i) \sin(\Delta\lambda)}{\sin(\varphi_S) - \cos(\psi) \sin(\varphi_i)} \right)$$

lub

$$A = \arcsin \left(\frac{\cos \varphi_i \cdot \sin \Delta\lambda}{\sin \psi} \right)$$

**Obciążeniowe
deformacje
skorupy Ziemskiej**

Na czym polega
zjawisko?

Obciążenia
atmosferyczne

Obciążenia
„hydrologiczne”

Jak modelować
zjawiska
obciążeniowe

Funkcje Greena

Obciążenia punktowe

Obciążenia powierzchniowe

Obciążeniowe deformacje skorupy Ziemskiej

$\varphi [^\circ]$	$\lambda [^\circ]$
51,05096	21,59173
51,70503	21,66539
52,33383	20,69009
52,92611	21,74237
52,67658	20,17984
51,67071	21,77657
52,83065	21,40196

Na czym polega
zjawisko?

Obciążenia
atmosferyczne

Obciążenia
„hydrologiczne”

Jak modelować
zjawiska
obciążeniowe

Funkcje Greena

Obciążenia punktowe

Obciążenia powierzchniowe

Obciążeniowe deformacje skorupy Ziemskiej

Na czym polega
zjawisko?

Obciążenia
atmosferyczne

Obciążenia
„hydrologiczne”


Jak modelować
zjawiska
obciążeniowe

Funkcje Greena

Obciążenia punktowe

Obciążenia powierzchniowe

φ [°]	λ [°]	ψ [°]	A [°]
51,05096	21,59173	1,01794	158,56554
51,70503	21,66539	0,50589	125,40438
52,33383	20,69009	0,38415	330,46451
52,92611	21,74237	1,03065	25,73679
52,67658	20,17984	0,84194	323,79812
51,67071	21,77657	0,58197	124,15296
52,83065	21,40196	0,86607	16,28505

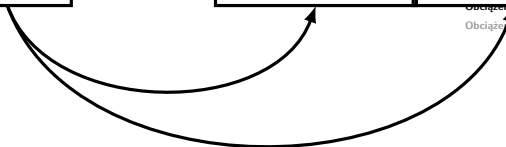


Na czym polega

$\varphi [^\circ]$	$\lambda [^\circ]$	$\psi [^\circ]$	$A [^\circ]$	$G_r [\cdot 10^{12} \cdot \psi \cdot R]$	$G_h [\cdot 10^{12} \cdot \psi \cdot R]$
51,05096	21,59173	1,01794	158,56554	-12,94773	-5,98955
51,70503	21,66539	0,50589	125,40438	-14,87475	-6,31759
52,33383	20,69009	0,38415	330,46451	-15,88518	-6,81493
52,92611	21,74237	1,03065	25,73679	-12,90351	-5,98392
52,67658	20,17984	0,84194	323,79812	-13,54979	-6,04192
51,67071	21,77657	0,58197	124,15296	-14,48793	-6,17260
52,83065	21,40196	0,86607	16,28505	-13,46849	-6,03682

Obciążenia punktowe

Obciążenia powierzchniowe



Na czym polega

M [kg]	ψ [°]	A [°]	G_r [$\cdot 10^{12} \cdot \psi \cdot R$]	G_h [$\cdot 10^{12} \cdot \psi \cdot R$]
140 244 600 000	1,01794	158,56554	-12,94773	-5,98955
57 311 120 000	0,50589	125,40438	-14,87475	-6,31759
9 492 366 000	0,38415	330,46451	-15,88518	-6,81493
173 396 200 000	1,03065	25,73679	-12,90351	-5,98392
18 645 490 000	0,84194	323,79812	-13,54979	-6,04192
7 696 840 000	0,58197	124,15296	-14,48793	-6,17260
16 233 370 000	0,86607	16,28505	-13,46849	-6,03682

! :zne
! :zne"
ować
we
3

Obciążenia punktowe

Obciążenia powierzchniowe

$$\Delta r = \sum_{i=1}^n G_{r_i} \cdot M_i \quad \Delta h_{n,e} = \sum_{i=1}^n G_{h_i} \cdot M_i \cdot \begin{Bmatrix} -\cos A \\ -\sin A \end{Bmatrix}$$

Obciążenia powierzchniowe

Obciążeniowe
deformacje
skorupy Ziemskiej

Na czym polega
zjawisko?

Obciążenia
atmosferyczne

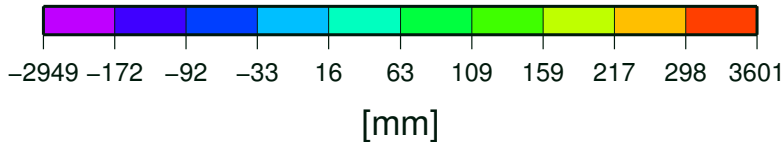
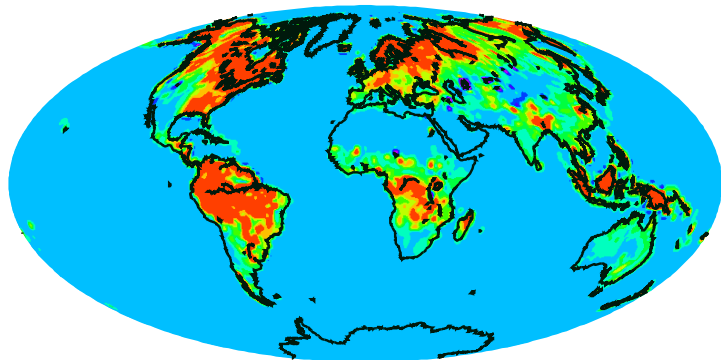
Obciążenia
„hydrologiczne”

Jak modelować
zjawiska
obciążeniowe

Funkcje Greena

Obciążenia punktowe

Obciążenia powierzchniowe



Obciążeniowe deformacje skorupy ziemskiej

Na czym polega zjawisko?

Obciążenia atmosferyczne

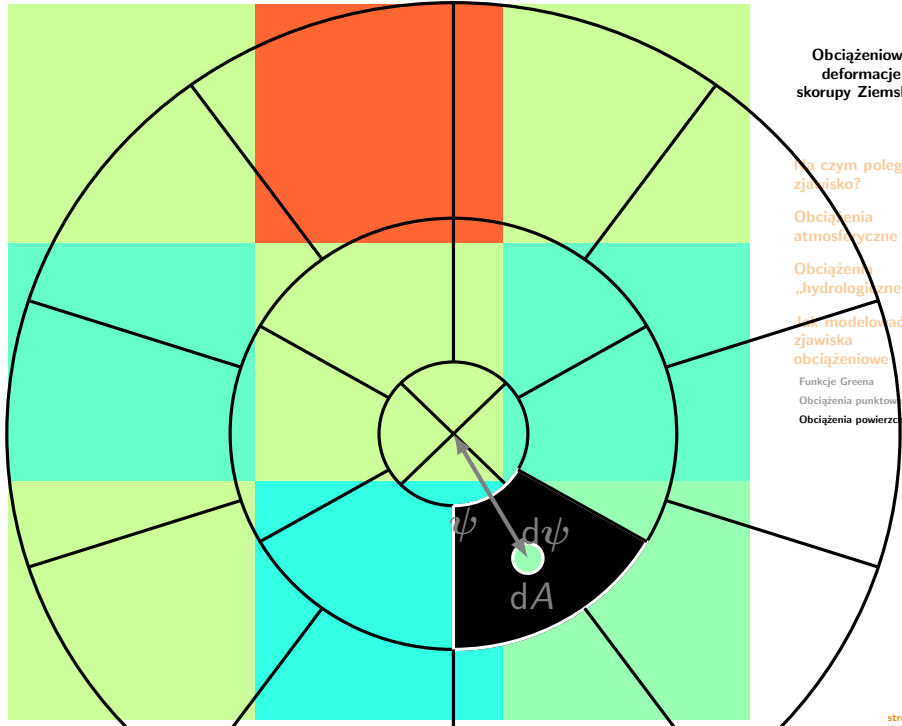
Obciążenia „hydrologiczne”

Jak modelować zjawiska obciążeniowe

Funkcje Greena

Obciążenia punktowe

Obciążenia powierzchniowe



Obciążeniowe deformacje skorupy ziemskiej

Na czym polega zjawisko?

Obciążenia atmosferyczne

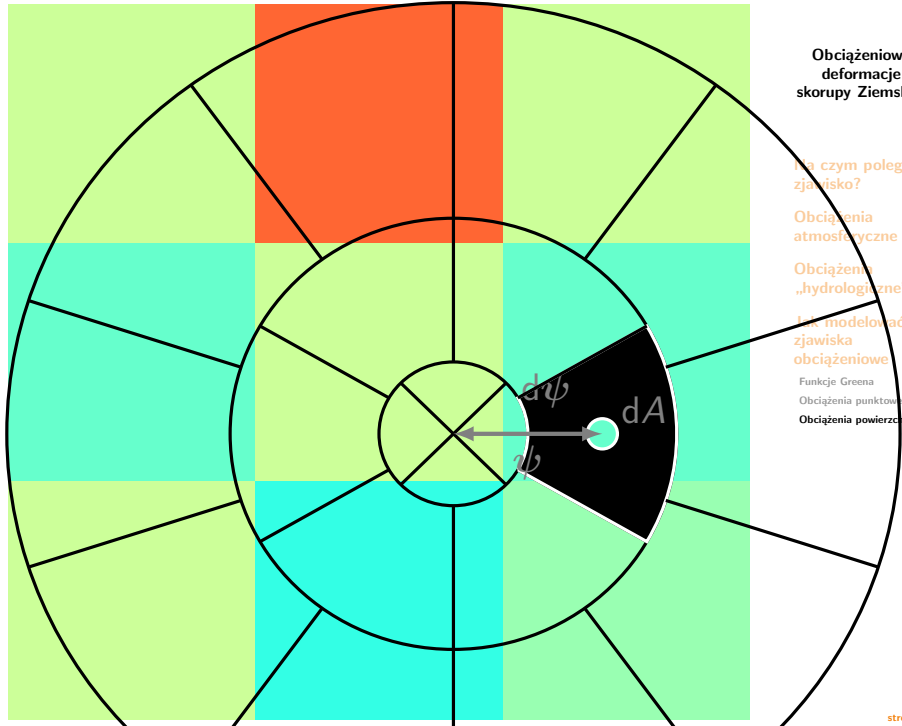
Obciążenia „hydrologiczne”

Jak modelować zjawiska obciążeniowe

Funkcje Greena

Obciążenia punktowe

Obciążenia powierzchniowe



Obciążeniowe deformacje skorupy Ziemskiej

Na czym polega zjawisko?

Obciążenia atmosferyczne

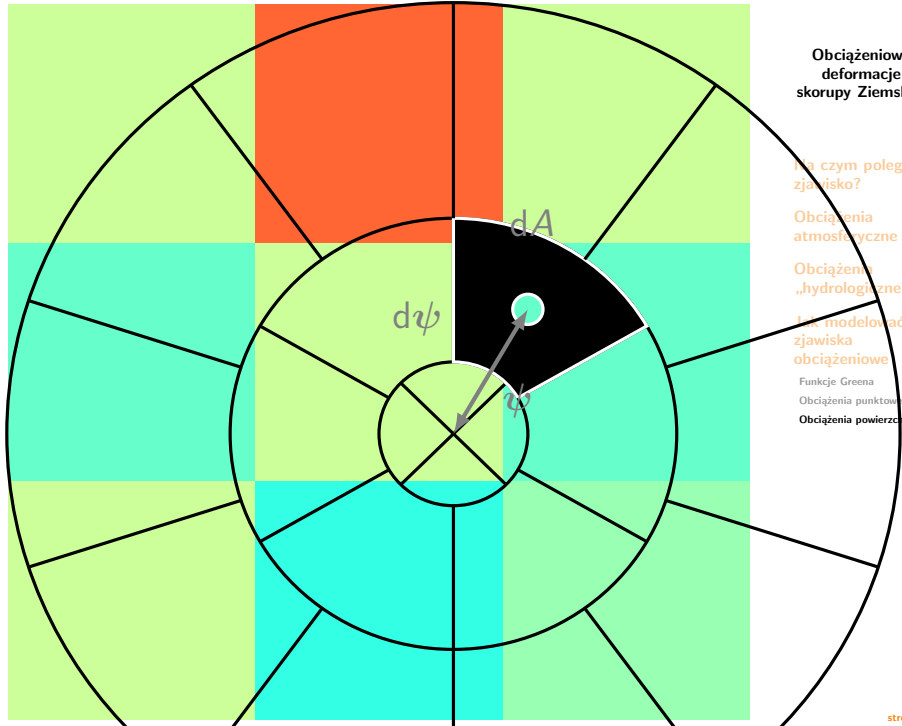
Obciążenia „hydrologiczne”

Jak modelować zjawiska obciążeniowe

Funkcje Greena

Obciążenia punktowe

Obciążenia powierzchniowe



Obciążeniowe
deformacje
skorupy Ziemskiej

Na czym polega
zjawisko?

Obciążenia
atmosferyczne

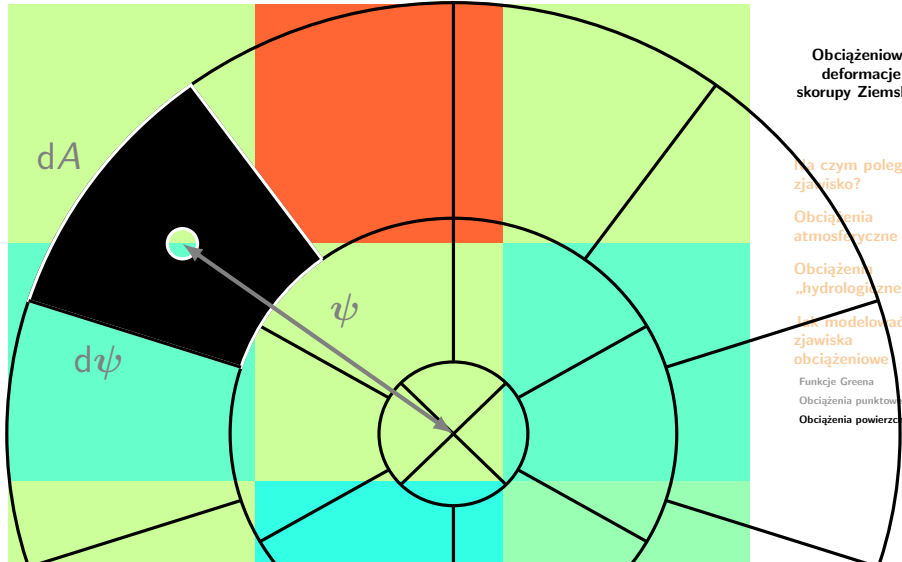
Obciążenia
„hydrologiczne”

Jak modelować
zjawiska
obciążeniowe

Funkcje Greena

Obciążenia punktowe

Obciążenia powierzchniowe



$$\Delta r = \int_{i=1}^n G_{r_i} \cdot M_i \quad \Delta h_{n,e} = \int_{i=1}^n G_{h_i} \cdot M_i \cdot \begin{Bmatrix} \cos A \\ \sin A \end{Bmatrix}$$

Obciążeniowe deformacje skorupy Ziemskiej

Na czym polega zjawisko?

Obciążenia atmosferyczne

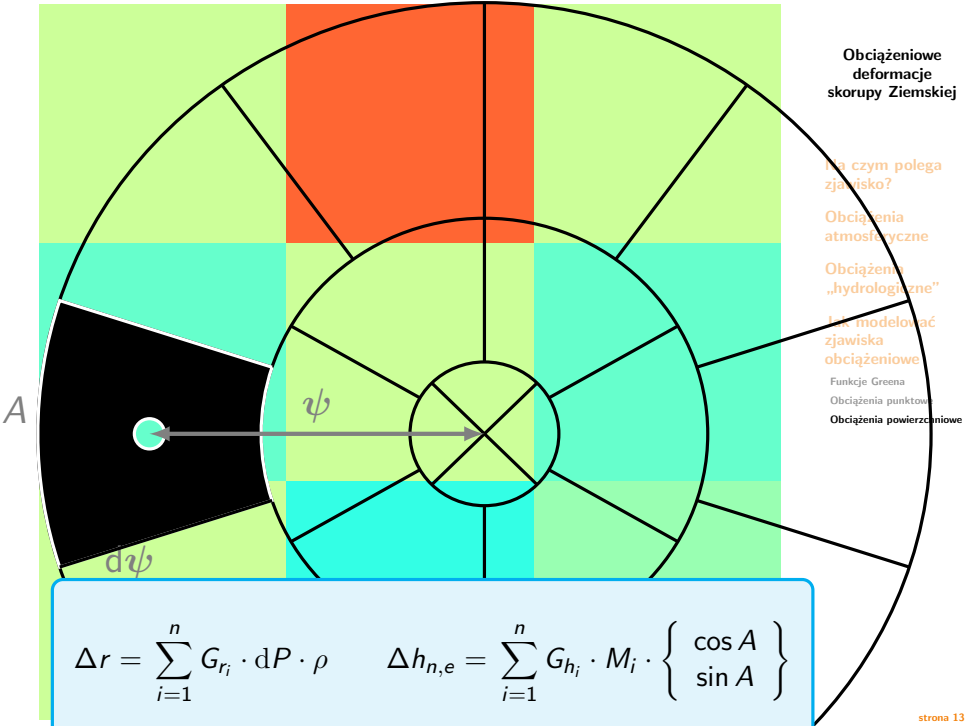
Obciążenia „hydrologiczne”

Jak modelować zjawiska obciążeniowe

Funkcje Greena

Obciążenia punktowe

Obciążenia powierzchniowe



$$\Delta r = \sum_{i=1}^n G_{r_i} \cdot dP \cdot \rho \quad \Delta h_{n,e} = \sum_{i=1}^n G_{h_i} \cdot M_i \cdot \begin{Bmatrix} \cos A \\ \sin A \end{Bmatrix}$$

Obciążeniowe deformacje skorupy Ziemskiej

Na czym polega
zjawisko?

Obciążenia
atmosferyczne

Obciążenia
„hydrologiczne”

Jak modelować
zjawiska
obciążeniowe

Funkcje Greena

Obciążenia punktowe

Obciążenia powierzchniowe

