

Statyczna teoria pływów

geodynamika 2016/2017

wykład 04.11.2015

*„...If I were asked to tell what I mean
by the Tides I should feel it exceedingly
difficult to answer the question...”
Lord Kelvin, 1882*

wykład
04.11.2015

Czym są zjawiska
pływowe?

Przykłady zjawisk
pływowych

Podstawy
matematyczne

Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna

*„...If I were asked to tell what I mean
by the Tides I should feel it exceedingly
difficult to answer the question...”
Lord Kelvin, 1882*

- ~~Wszelkie efekty powodowane przez ciała zewnętrzne~~
- ~~Zjawiska powodowane przez masy ciał zewnętrznych~~
- ~~Deformacje powodowane przez ciała zewnętrzne~~
- Efekty powodowane przez różnicowe grawitacyjne oddziaływanie ciał zewnętrznych

Czym są zjawiska
pływowe?

Przykłady zjawisk
pływowych

Podstawy
matematyczne

Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

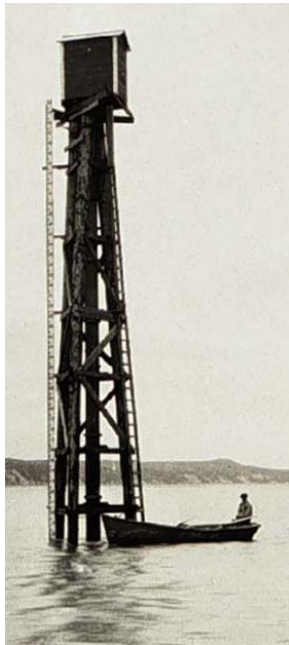
Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna

ODDYCHANIE ZIEMI



wykład
04.11.2015

Czym są zjawiska
pływowe?

Przykłady zjawisk
pływowych

Podstawy
matematyczne

Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna



wykład
04.11.2015

Czym są zjawiska
pływowe?

Przykłady zjawisk
pływowych

Podstawy
matematyczne

Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna

homepage.oma.be/mvc



Czym są zjawiska
pływowe?

Przykłady zjawisk
pływowych

Podstawy
matematyczne

Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

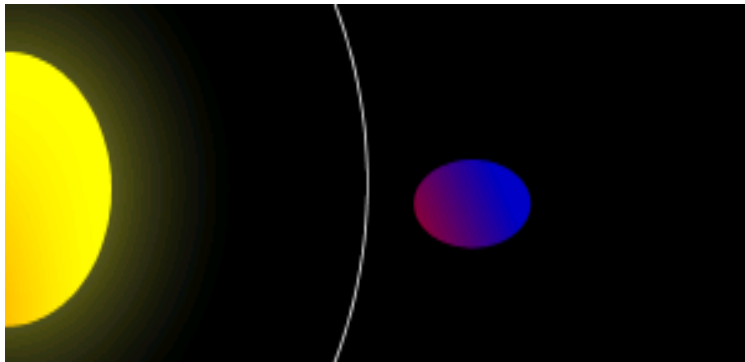
Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna

homepage.oma.be/mvc



pl.wikipedia.org

Czym są zjawiska
pływowe?

Przykłady zjawisk
pływowych

Podstawy
matematyczne

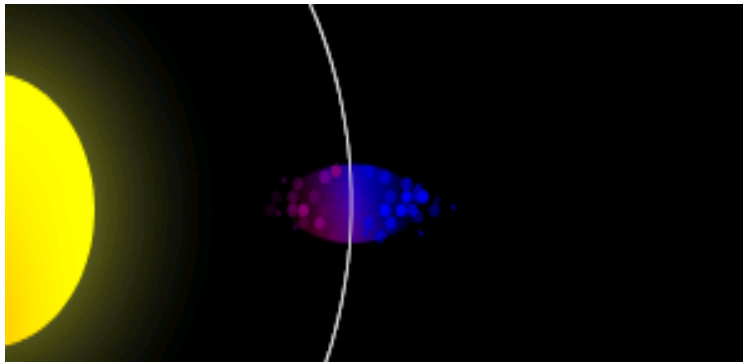
Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna



pl.wikipedia.org

Czym są zjawiska
pływowe?

Przykłady zjawisk
pływowych

Podstawy
matematyczne

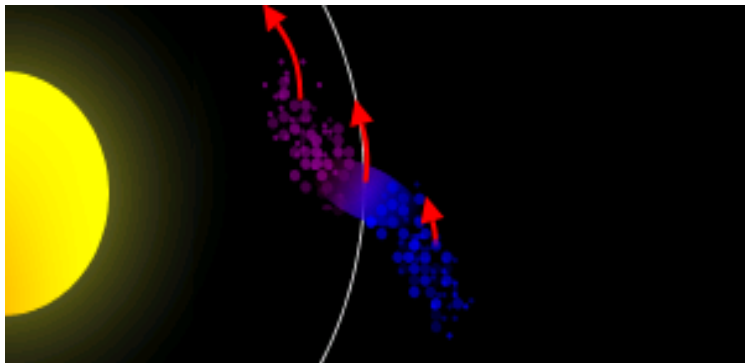
Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna



pl.wikipedia.org

Czym są zjawiska
pływowe?

Przykłady zjawisk
pływowych

Podstawy
matematyczne

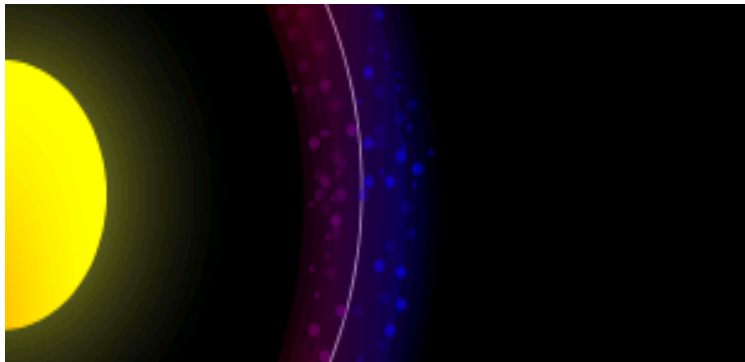
Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna



pl.wikipedia.org

Czym są zjawiska
pływowe?

Przykłady zjawisk
pływowych

Podstawy
matematyczne

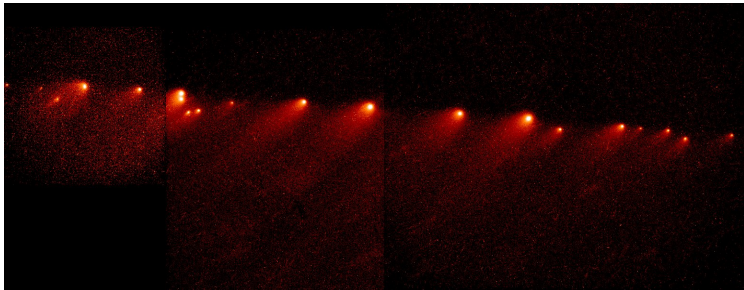
Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna



pl.wikipedia.org

Czym są zjawiska
pływowe?

Przykłady zjawisk
pływowych

Podstawy
matematyczne

Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna



pl.wikipedia.org

Czym są zjawiska
pływowe?

Przykłady zjawisk
pływowych

Podstawy
matematyczne

Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

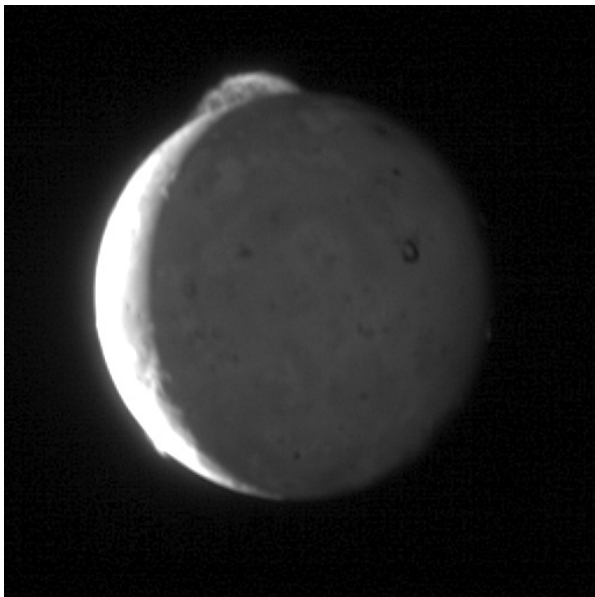
Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna

wykład
04.11.2015



Czym są zjawiska
pływowe?

Przykłady zjawisk
pływowych

Podstawy
matematyczne

Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna

pl.wikipedia.org



wykład
04.11.2015

Czym są zjawiska
pływowe?

Przykłady zjawisk
pływowych

Podstawy
matematyczne

Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna

homepage.oma.be/mvc

Mniej spektakularne, również ciekawe i ważne:

- pływy skorupy ziemskiej
 - zmiany wysokości
 - zmiany siły ciężkości
 - zmiany kierunku linii pionu
 - zmiany długości, powierzchni, objętości
- pływy atmosfery
- pływowe zmiany prędkości obrotowej Ziemi
- pływowe zmiany orientacji Ziemi
- perturbacje SSZ
- „ciemna strona księżycy” i jego ucieczka
- efekty pośrednie pływów oceanicznych i atmosferycznych
- trzęsienia Ziemi
- . . .

Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk pływowych

Podstawy matematyczne

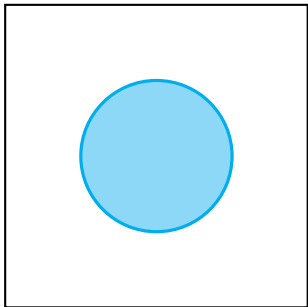
Potencjał grawitacyjny/ pływowy

Typy pływów wg Laplace'a

Pływy dobowe i półdobowe

Rozwinięcie Doodsona

Analiza harmoniczna



Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian
przyspieszenia siły
ciężkości

Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna

Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych
Wartości pływowych zmian
przyspieszenia siły
ciężkości

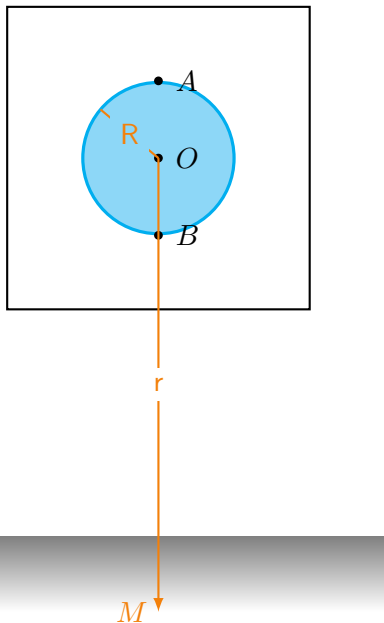
Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna



Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych
Wartości pływowych zmian
przyspieszenia siły
ciężkości

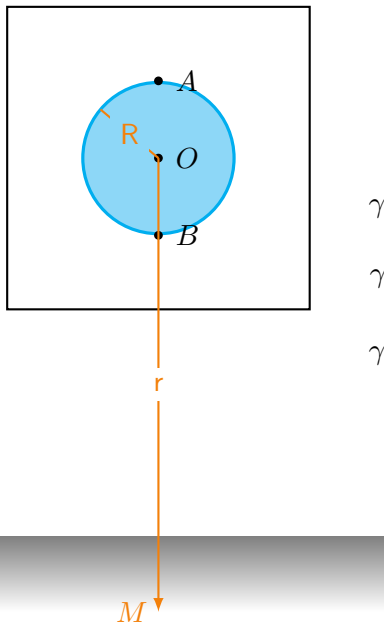
Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna



$$\gamma_O = \frac{GM}{r^2}$$

$$\gamma_A = \frac{GM}{(r + R)^2}$$

$$\gamma_B = \frac{GM}{(r - R)^2}$$

Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych
Wartości pływowych zmian
przyspieszenia siły
ciężkości

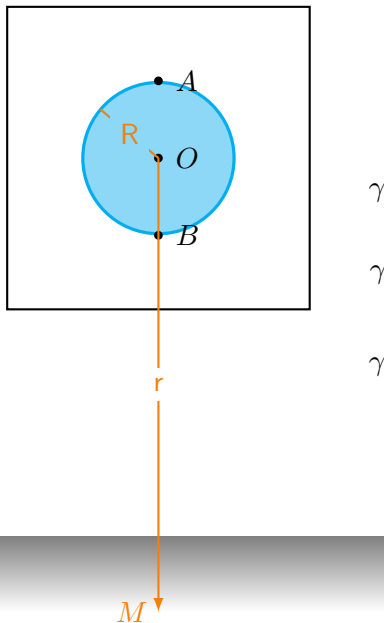
Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna



$$\gamma_O = \frac{GM}{r^2}$$

$$\gamma_A \simeq \gamma_O - \gamma_O \cdot \frac{2R}{r}$$

$$\gamma_B \simeq \gamma_O + \gamma_O \cdot \frac{2R}{r}$$

Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych
Wartości pływowych zmian
przyspieszenia siły
ciężkości

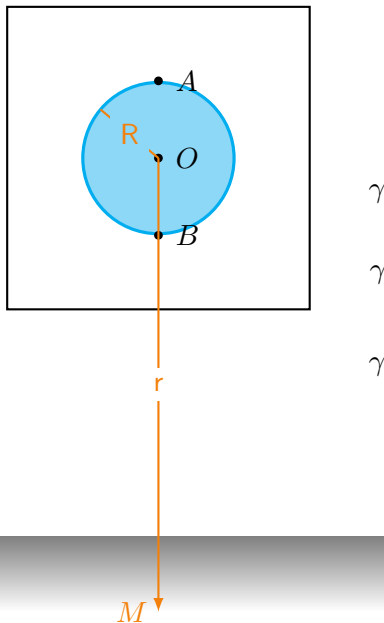
Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

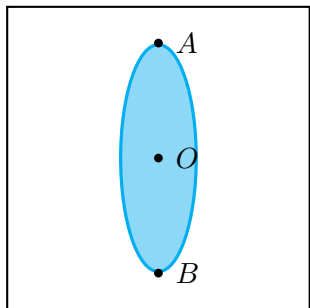
Analiza
harmoniczna



$$\gamma_O = \frac{GM}{r^2}$$

$$\gamma_A \simeq \gamma_O - \gamma_O \cdot \frac{2R}{r} \sim \frac{M \cdot R}{r^3}$$

$$\gamma_B \simeq \gamma_O + \gamma_O \cdot \frac{2R}{r}$$



$$\gamma_O = \frac{GM}{r^2}$$

$$\gamma_A \simeq \gamma_O - \gamma_O \cdot \frac{2R}{r}$$

$$\gamma_B \simeq \gamma_O + \gamma_O \cdot \frac{2R}{r}$$

Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych
Wartości pływowych zmian
przyspieszenia siły
ciężkości

Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna

Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych
Wartości pływowych zmian
przyspieszenia siły
ciężkości

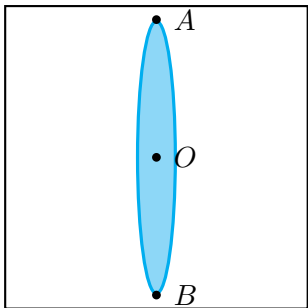
Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna



$$\gamma_O = \frac{GM}{r^2}$$

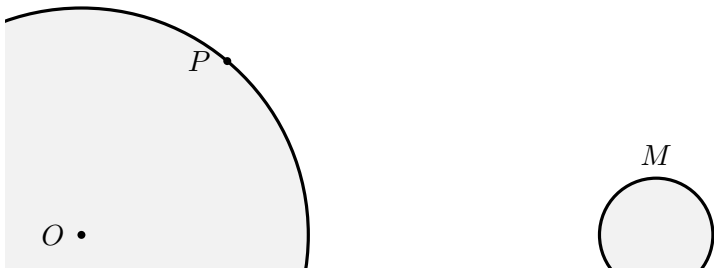
$$\gamma_A \simeq \gamma_O - \gamma_O \cdot \frac{2R}{r}$$

$$\gamma_B \simeq \gamma_O + \gamma_O \cdot \frac{2R}{r}$$

Zadanie

Wyprowadzić wzór na przyspieszenie siły ciężkości (składowa pionowa i horyzontalna) na powierzchni kuli w zależności od geocentrycznej i topocentrycznej odległości zenitalnej.

Ziemia jest kulą o promieniu R , a ciało zewnętrzne w odległości r ma masę M oraz promień R'



wykład
04.11.2015

Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy
matematyczne

Pole sił pływowych
Wartości pływowych zmian
przyspieszenia siły
ciężkości

Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna

Zadanie

Wyprowadzić wzór na przyspieszenie siły ciężkości (składowa pionowa i horyzontalna) na powierzchni kuli w zależności od geocentrycznej i topocentrycznej odległości zenitalnej.

Ziemia jest kulą o promieniu R , a ciało zewnętrzne w odległości r ma masę M oraz promień R'

wykład
04.11.2015

Czym są zjawiska pływowe?

Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

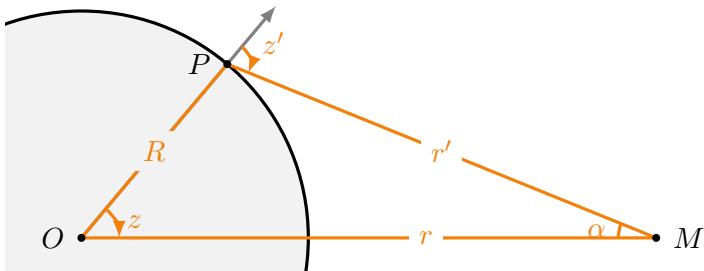
Potencjał grawitacyjny/ pływowy

Typy pływów wg Laplace'a

Pływy dobowe i półdobowe

Rozwinięcie Doodsona

Analiza harmoniczna



$$\gamma = \frac{GM}{r'^2}$$

Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian
przyspieszenia siły
ciężkości

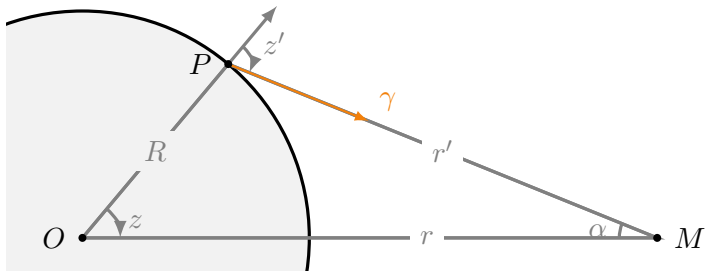
Potencjał grawitacyjny/ pływowy

Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna



$$\gamma = \frac{GM}{r^2} \cdot \left(1 + 2\frac{R}{r} \cos z\right)$$

Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian
przyspieszenia siły
ciężkości

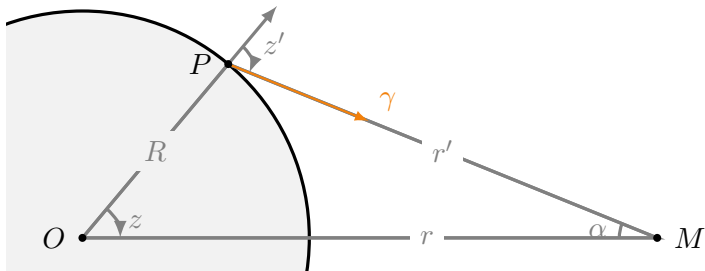
Potencjał grawitacyjny/ pływowy

Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna



$$\gamma_v = \frac{GM}{r^2} \cdot \left(1 + 2\frac{R}{r} \cos z\right) \cdot \cos(\alpha + z)$$

$$\gamma_h = \frac{GM}{r^2} \cdot \left(1 + 2\frac{R}{r} \cos z\right) \cdot \sin(\alpha + z)$$

Czym są zjawiska
pływowe?

**Podstawy
matematyczne**

Pole sił pływowych
Wartości pływowych zmian
przyspieszenia siły
ciężkości

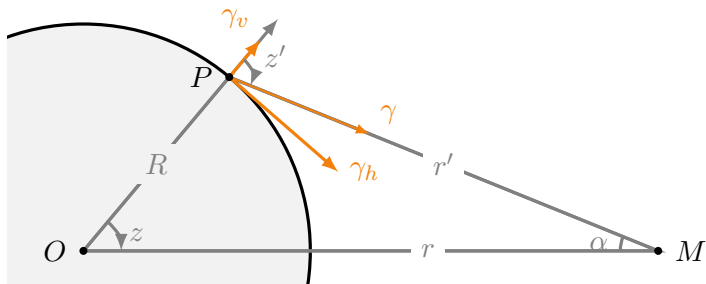
Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna



$$\sin \alpha \simeq \frac{R \sin z}{r}$$

$$\cos \alpha \simeq 1$$

Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian
przyspieszenia siły
ciężkości

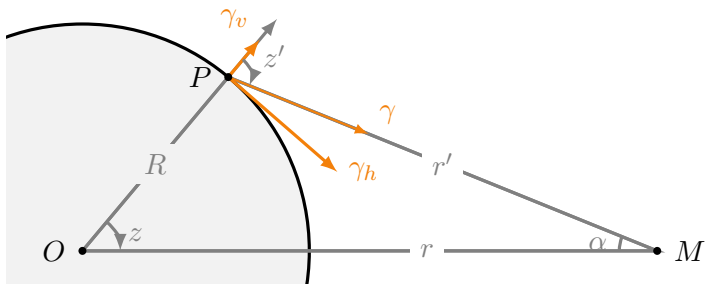
Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna



$$\gamma_v = \frac{GM}{r^2} \cdot \left(\cos z + \frac{R}{r}(3 \cos^2 z - 1) \right)$$

$$\gamma_h = \frac{GM}{r^2} \cdot \left(\sin z + \frac{R}{r}\left(\frac{3}{2} \sin 2z\right) \right)$$

Czym są zjawiska
pływowe?

**Podstawy
matematyczne**

Pole sił pływowych
Wartości pływowych zmian
przyspieszenia siły
ciężkości

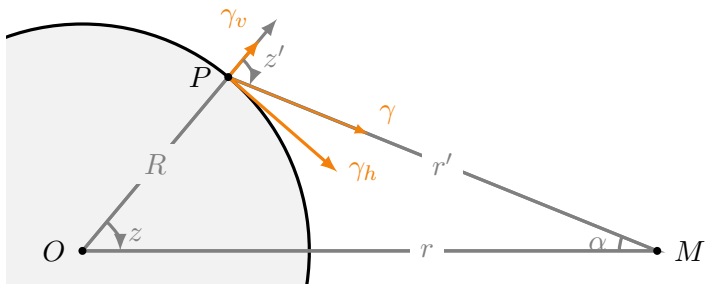
Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna



$$\gamma_v = \frac{GM}{r^2} \cdot \left(\cos z + \frac{R}{r} (3 \cos^2 z - 1) \right)$$

$$\gamma_h = \frac{GM}{r^2} \cdot \left(\sin z + \frac{R}{r} \left(\frac{3}{2} \sin 2z \right) \right)$$

Czym są zjawiska
pływowe?

**Podstawy
matematyczne**

Pole sił pływowych
Wartości pływowych zmian
przyspieszenia siły
ciężkości

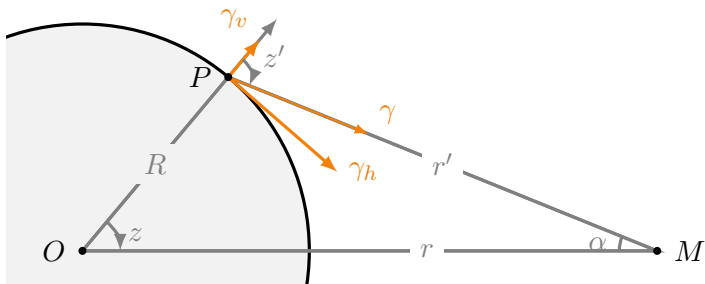
Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna



$$\gamma_v = \frac{GM}{r^2} \cdot \left(\cos z + \frac{R}{r} (3 \cos^2 z - 1) \right)$$

$$\gamma_h = \frac{GM}{r^2} \cdot \left(\sin z + \frac{R}{r} \left(\frac{3}{2} \sin 2z \right) \right)$$

Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych
Wartości pływowych zmian
przyspieszenia siły
ciężkości

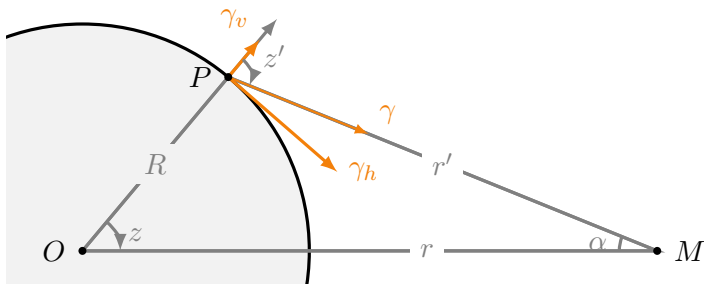
Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

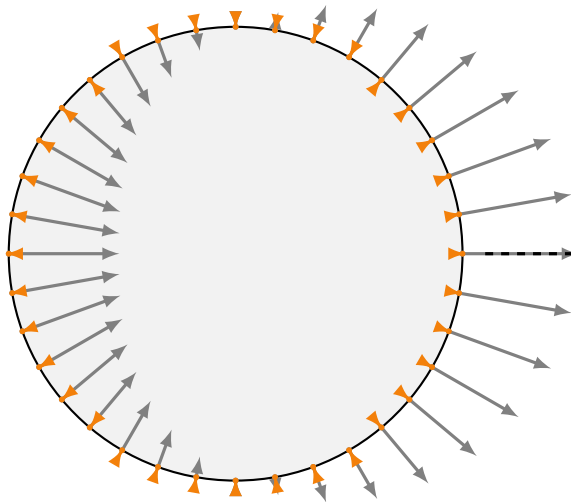
Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna





Czym są zjawiska pływowe?

Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

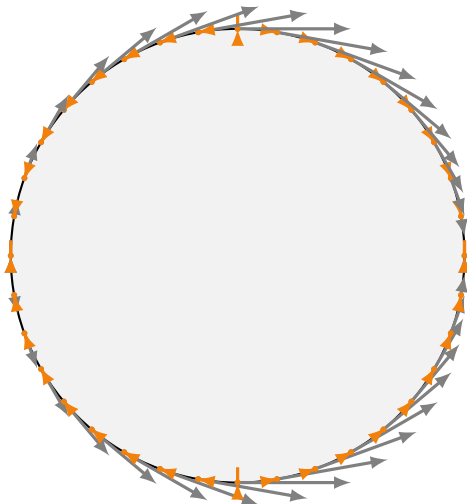
Potencjał grawitacyjny/ pływowy

⊕ Płyty pływów wg Laplace'a

Pływy dobowe i półdobowe

Rozwinięcie Doodsona

Analiza harmoniczna



Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy
matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian
przyspieszenia siły
ciężkości

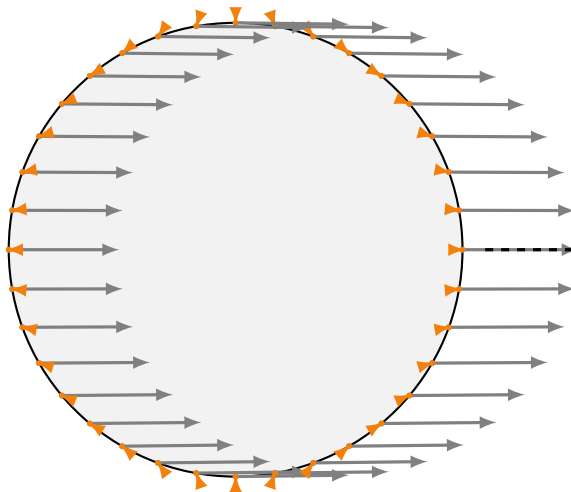
Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

Źródła pływów wg
"aplace'a"

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna



Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy
matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian
przyspieszenia siły
ciężkości

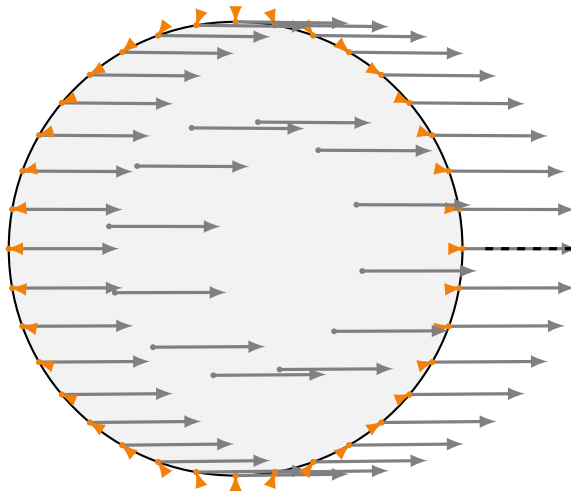
Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

Ɪpy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna



Czym są zjawiska pływowe?

Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

Potencjał grawitacyjny/ pływowy

⌘ Płyty pływów wg Laplace'a

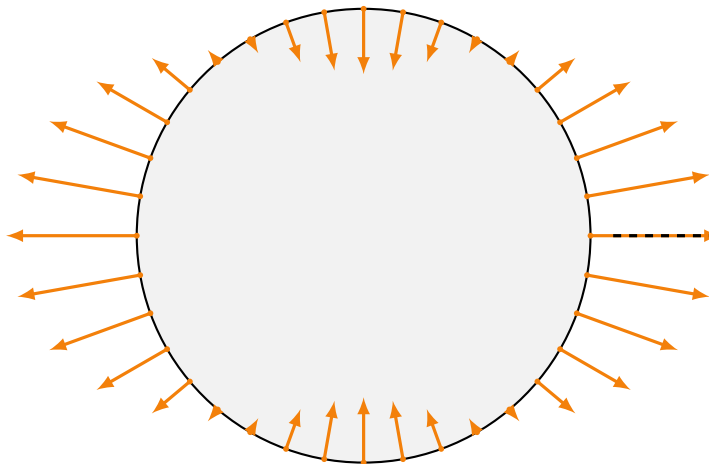
Pływy dobowe i półdobowe

Rozwinięcie Doodsona

Analiza harmoniczna

Składowa pionowa — γ_v

wykład
04.11.2015



Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy
matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian
przyspieszenia siły
ciężkości

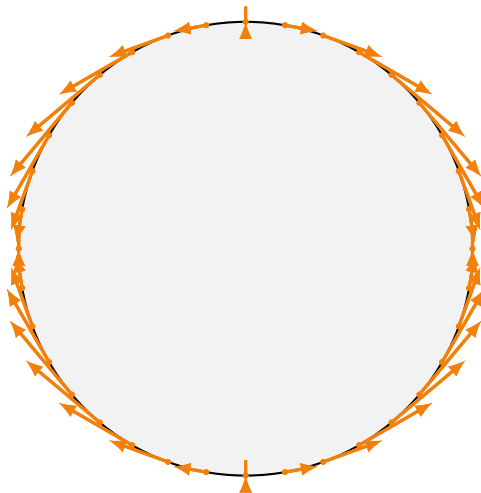
Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

⌋py pływów wg
płace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna



Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy
matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian
przyspieszenia siły
ciężkości

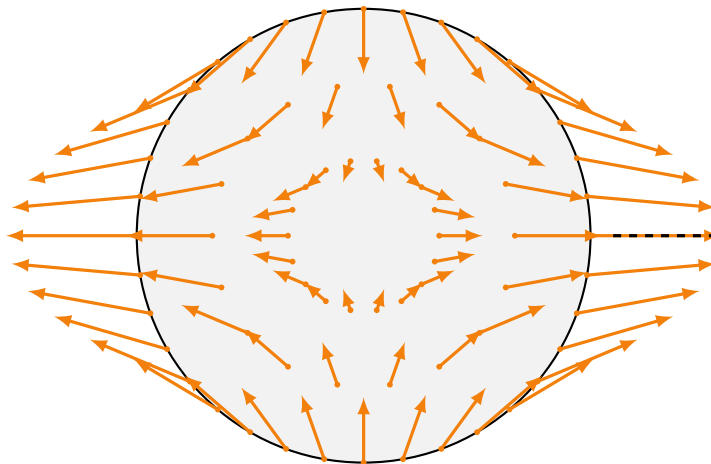
Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

Ꞥpy pływów wg
płacie'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna



Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy
matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian
przyspieszenia siły
ciężkości

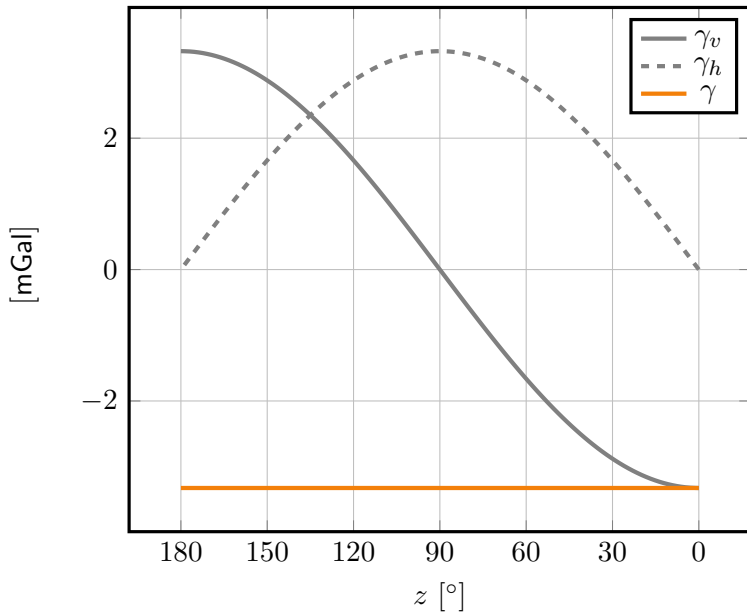
Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

Łączny wpływ wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna



Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy
matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian
przyspieszenia siły
ciężkości

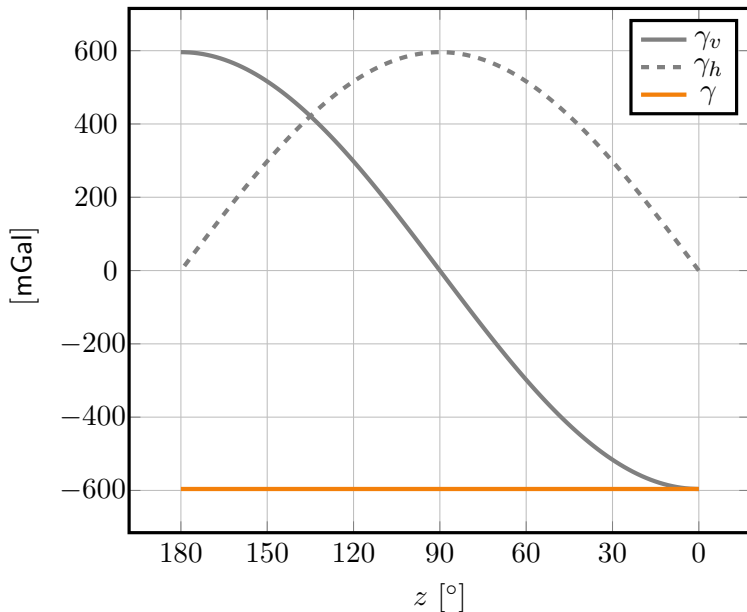
Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna



Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy
matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian
przyspieszenia siły
ciężkości

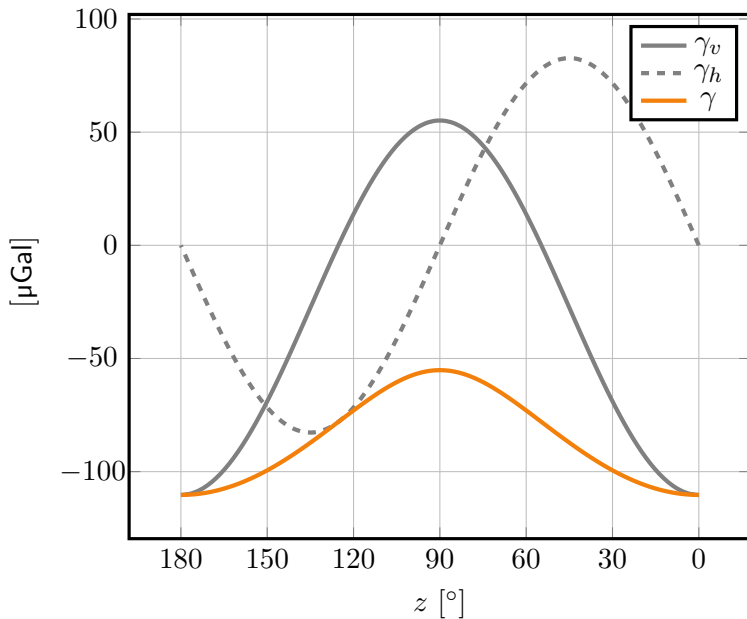
Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna



Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy
matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian
przyspieszenia siły
ciężkości

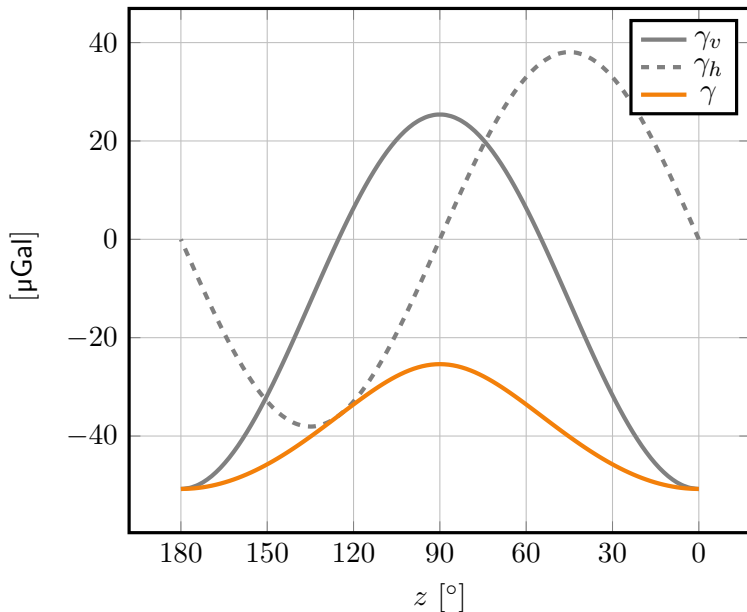
Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna



Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy
matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian
przyspieszenia siły
ciężkości

Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna

$$V_A = \frac{G \cdot M}{r'}$$

$$\frac{1}{r'} = \frac{1}{r} \cdot \sqrt{1 - 2 \cdot \frac{R}{r} \cos z + \left(\frac{R}{r}\right)^2}$$

$$\frac{1}{r'} = \frac{1}{r} \cdot \left[1 + \frac{R}{r} \cos z - \frac{1}{2} \left(\frac{R}{r}\right)^2 + \frac{3}{2} \left(\frac{R}{r}\right)^2 \cos^2 z \dots \right]$$

$$\frac{1}{r'} = \frac{1}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{R}{r}\right)^n P_n(\cos z)$$

Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy
matematyczne

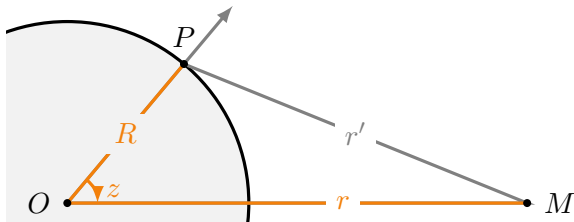
Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna



$$V_A = \frac{G \cdot M}{r'}$$
$$\frac{1}{r'} = \frac{1}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{R}{r}\right)^n P_n(\cos z)$$

Wielomiany Legendre'a

■ $P_{n+1}(x) = \frac{2n+1}{n+1}x \cdot P_n(x) - \frac{n}{n+1}P_{n-1}(x)$

wzór rekurencyjny

■ $P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - 1)^n$

wzór Rodriguesa

Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy
matematyczne

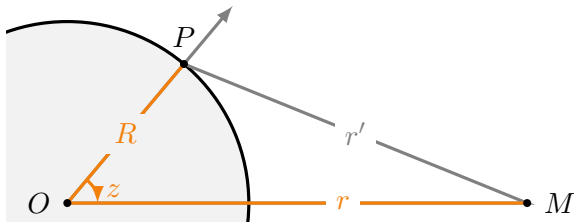
Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

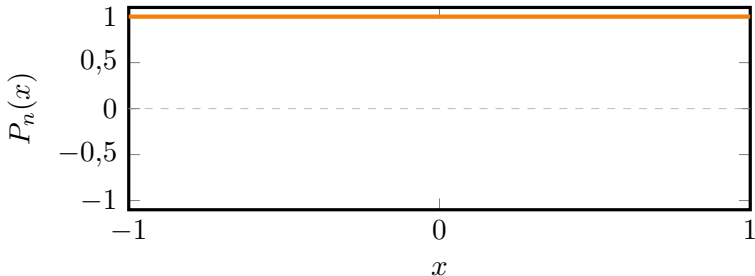
Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna





Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy
matematyczne

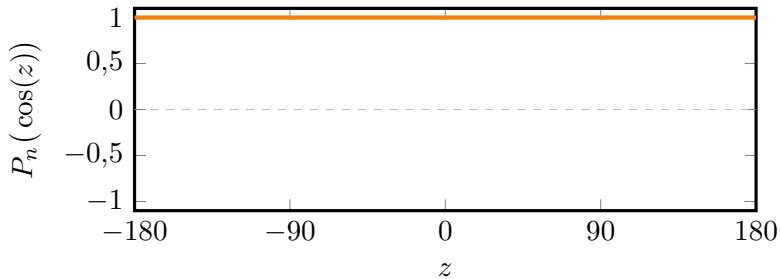
Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

Typy pływów wg
Laplace'a

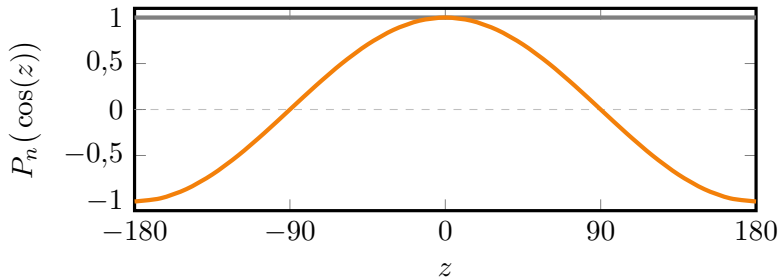
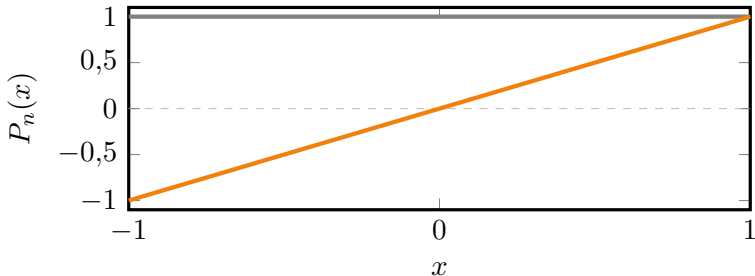
Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna



$$P_0(x) = 1$$



Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy
matematyczne

Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

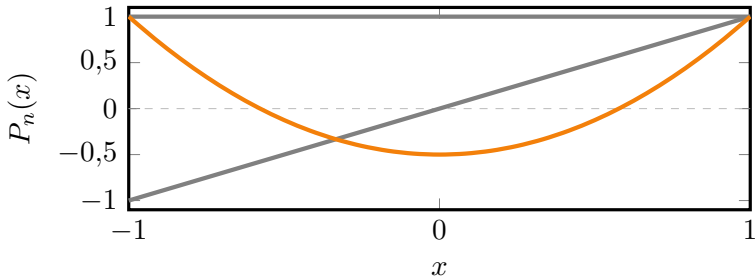
Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna

$$P_1(x) = x$$



Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy
matematyczne

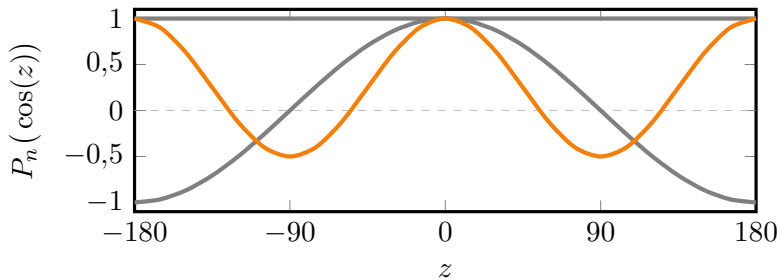
Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

Typy pływów wg
Laplace'a

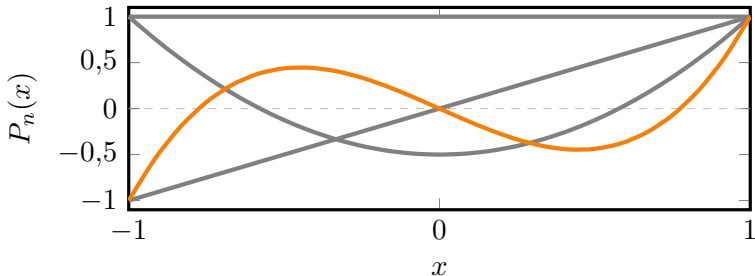
Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna



$$P_2(x) = \frac{3}{2} \cdot x^2 - \frac{1}{2}$$



Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy
matematyczne

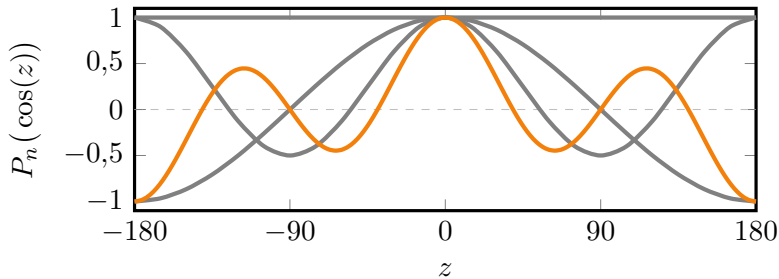
Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

Typy pływów wg
Laplace'a

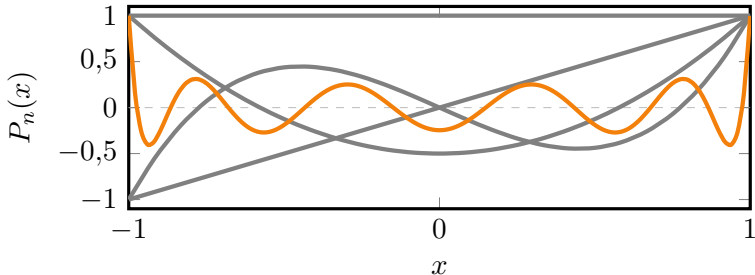
Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna



$$P_3(x) = \frac{5}{2} \cdot x^3 - \frac{3}{2} \cdot x$$



Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy
matematyczne

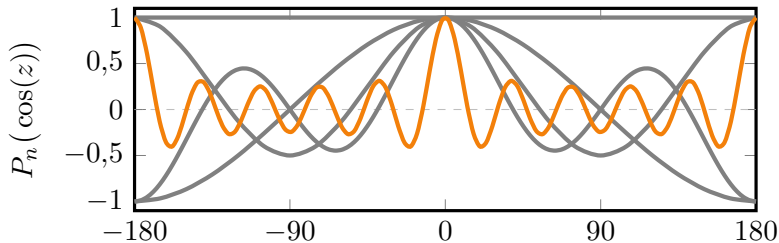
Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna



$$P_{10}(x) = 1/256 \cdot (46189 \cdot x^{10} - 109395 \cdot x^8 \\ + 90090 \cdot x^6 - 30030 \cdot x^4 + 3465 \cdot x^2 - 63)$$

Potencjał grawitacyjny

$$V_A = \frac{Gm}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{R}{r}\right)^n P_n(\cos z)$$

$$V_{A0} = \frac{Gm}{r}$$

$$V_{A1} = \frac{Gm}{r} \frac{R}{r} \cdot \cos z$$

$$V_{A2} = \frac{Gm}{r} \frac{R^2}{r^2} \cdot \left(\frac{3}{2} \cos^2 z - \frac{1}{2}\right)$$

$$V_{A3} = \frac{Gm}{r} \frac{R^3}{r^3} \cdot \left(\frac{5}{2} \cos^3 z - \frac{3}{2} \cos z\right)$$

Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy
matematyczne

Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

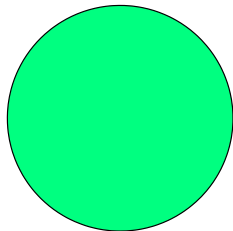
Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna

Potencjał pływowy

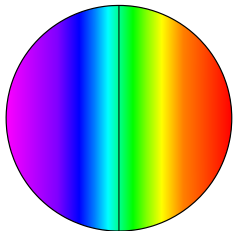
$$V_{pA} = \frac{Gm}{r} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{R}{r}\right)^n P_n(\cos z)$$

$n = 0$



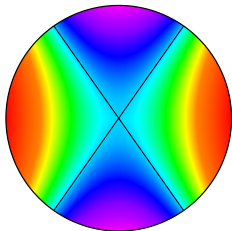
$$\llcorner 4 \cdot 10^3$$
$$\odot 3 \cdot 10^8$$

$n = 1$



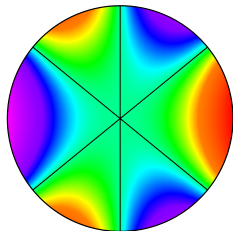
$$\llcorner 6 \cdot 10^1$$
$$\odot 1 \cdot 10^4$$

$n = 2$



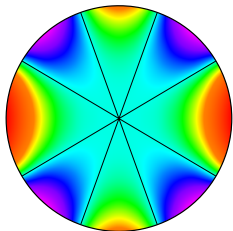
$$\llcorner 1$$
$$\odot 5 \cdot 10^{-1}$$

$n = 3$



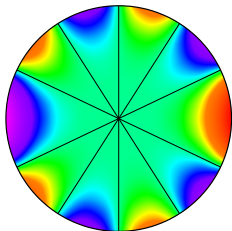
$$\llcorner 2 \cdot 10^{-2}$$
$$\odot 2 \cdot 10^{-5}$$

$n = 4$



$$\llcorner 3 \cdot 10^{-4}$$
$$\odot 8 \cdot 10^{-10}$$

$n = 5$



$$\llcorner 5 \cdot 10^{-6}$$
$$\odot 4 \cdot 10^{-14}$$

Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy
matematyczne

Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna

Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy
matematyczne

Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna

$$V_p = V_{\zeta} + V_{\odot} + V_{\ominus} + V_{\updownarrow} + V_{\text{♃}} + V_{\text{♄}} + \dots$$

ζ	1
\odot	0,46
\ominus	0,00005
\updownarrow	0,000006
♃	0,000001

- Zmiana przyspieszenia
- Składowa pozioma
- Pływowe odchylenie pionu
- Zmiana wysokości (pow. ekwipotencjalnej)

Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy
matematyczne

Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna

■ Zmiana przyspieszenia

$$\delta g = -\frac{\partial V_p}{\partial R} = -\frac{Gm}{r} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{nR^{n-1}}{r^n} P_n(\cos z)$$

■ Składowa pozioma

■ Pływowe odchylenie pionu

■ Zmiana wysokości (pow. ekwipotencjalnej)

Czym są zjawiska pływowe?

Podstawy matematyczne

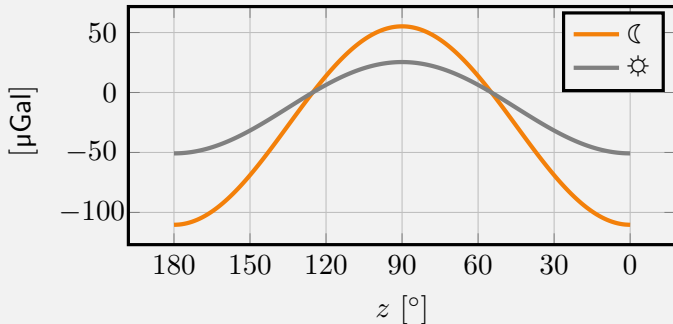
Potencjał grawitacyjny/ pływowy

Typy pływów wg Laplace'a

Pływy dobowe i półdobowe

Rozwinięcie Doodsona

Analiza harmoniczna



- Zmiana przyspieszenia
- Składowa pozioma

$$\delta h = \frac{\partial V_p}{R \partial z} = \frac{Gm}{r} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{R^{n-1}}{r^n} \frac{\partial P_n(\cos z)}{\partial z}$$

- Pływowe odchylenie pionu
- Zmiana wysokości (pow. ekwipotencjalnej)

Czym są zjawiska pływowe?

Podstawy matematyczne

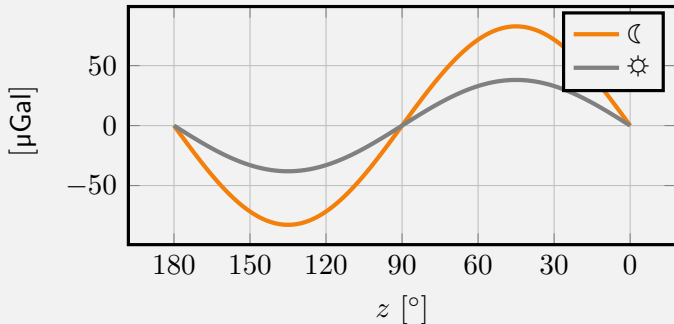
Potencjał grawitacyjny/ pływowy

Typy pływów wg Laplace'a

Pływy dobowe i półdobowe

Rozwinięcie Doodsona

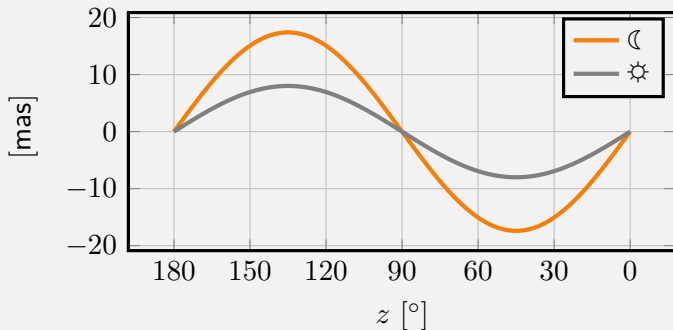
Analiza harmoniczna



- Zmiana przyspieszenia
- Składowa pozioma
- Pływowe odchylenie pionu

$$\delta\vartheta = \frac{\delta h}{g}$$

- Zmiana wysokości (pow. ekwipotencjalnej)



Czym są zjawiska pływowe?

Podstawy matematyczne

Potencjał grawitacyjny/ pływowy

Typy pływów wg Laplace'a

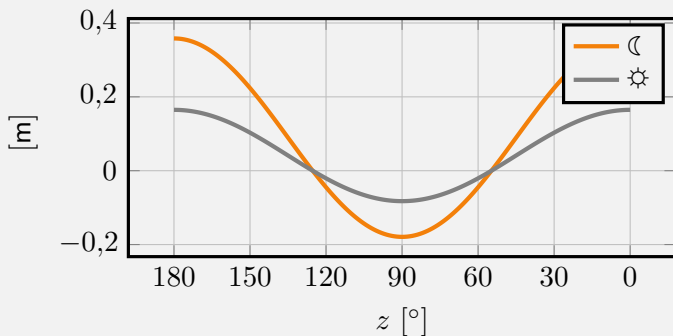
Pływy dobowe i półdobowe

Rozwinięcie Doodsona

Analiza harmoniczna

- Zmiana przyspieszenia
- Składowa pozioma
- Pływowe odchylenie pionu
- Zmiana wysokości (pow. ekwipotencjalnej)

$$\delta\zeta = \frac{V_2}{g}$$



Czym są zjawiska pływowe?

Podstawy matematyczne

Potencjał grawitacyjny/ pływowy


Typy pływów wg Laplace'a

Pływy dobowe i półdobowe

Rozwinięcie Doodsona

Analiza harmoniczna

$$\begin{cases} V_2 = \frac{GmR^2}{r^3} \left(\frac{3}{2} \cos^2 z - \frac{1}{2} \right) \\ \cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos(t) \end{cases}$$


$$V_2 = \frac{3 GmR^2}{4 r^3} \cdot \left[3 \left(\sin^2 \varphi - \frac{1}{3} \right) \left(\sin^2 \delta - \frac{1}{3} \right) \right. \\ \left. + \sin 2\varphi \sin 2\delta \cos t \right. \\ \left. + \cos^2 \varphi \cos^2 \delta \cos 2t \right]$$

Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy
matematyczne

Potencjał
grawitacyjny/
pływowy


Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna

$$\begin{cases} V_2 = \frac{GmR^2}{r^3} \left(\frac{3}{2} \cos^2 z - \frac{1}{2} \right) \\ \cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos(t) \end{cases}$$


$$V_2 = \frac{3 GmR^2}{4 r^3} \cdot \left[\boxed{3(\sin^2 \varphi - \frac{1}{3})(\sin^2 \delta - \frac{1}{3})} \text{ wyraz strefowy} \right. \\ \left. + \sin 2\varphi \sin 2\delta \cos t \right. \\ \left. + \cos^2 \varphi \cos^2 \delta \cos 2t \right. \\ \left. \right]$$

Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy
matematyczne

Potencjał
grawitacyjny/
pływowy


Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna

$$\begin{cases} V_2 = \frac{GmR^2}{r^3} \left(\frac{3}{2} \cos^2 z - \frac{1}{2} \right) \\ \cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos(t) \end{cases}$$


$$V_2 = \frac{3}{4} \frac{GmR^2}{r^3} \cdot \left[3 \left(\sin^2 \varphi - \frac{1}{3} \right) \left(\sin^2 \delta - \frac{1}{3} \right) \right.$$

$$\left. \begin{aligned} &+ \sin 2\varphi \sin 2\delta \cos t \end{aligned} \right] \text{ wyraz tesseralny} \\ \text{pływy dobowe}$$

$$\left. \begin{aligned} &+ \cos^2 \varphi \cos^2 \delta \cos 2t \end{aligned} \right]$$

Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy
matematyczne

Potencjał
grawitacyjny/
pływowy


Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna

$$\begin{cases} V_2 = \frac{GmR^2}{r^3} \left(\frac{3}{2} \cos^2 z - \frac{1}{2} \right) \\ \cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos(t) \end{cases}$$


$$V_2 = \frac{3}{4} \frac{GmR^2}{r^3} \cdot \left[3 \left(\sin^2 \varphi - \frac{1}{3} \right) \left(\sin^2 \delta - \frac{1}{3} \right) \right.$$

$$\left. + \sin 2\varphi \sin 2\delta \cos t \right.$$

$$\left. + \cos^2 \varphi \cos^2 \delta \cos 2t \right] \begin{array}{l} \text{wyraz sektorowy} \\ \text{pływy pół-dobowe} \end{array}$$

Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy
matematyczne

Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna

Znaki poszczególnych wyrazów

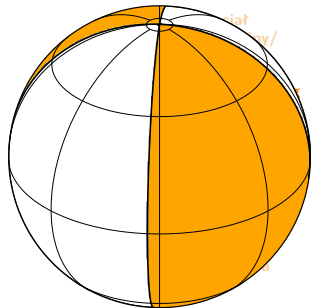
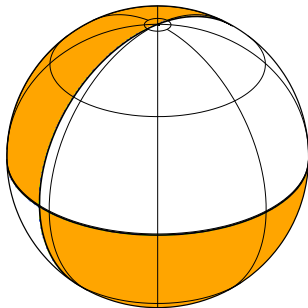
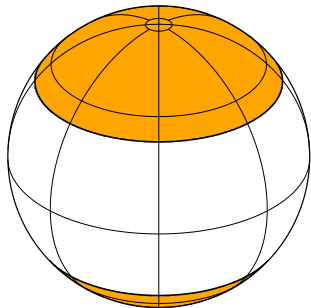
wykład
04.11.2015

Czym są zjawiska
pływowe?

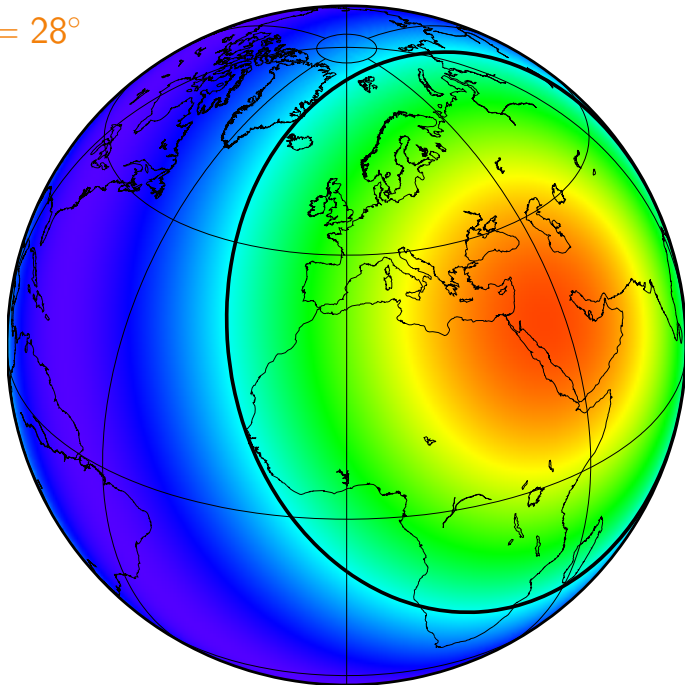
strefowe

tesseralne

sektorowe wy
atyczne



$$\delta = 28^\circ$$



wykład
04.11.2015

Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy
matematyczne

Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna

$\delta = 28^\circ$

wykład
04.11.2015

Czym są zjawiska
pływowe?

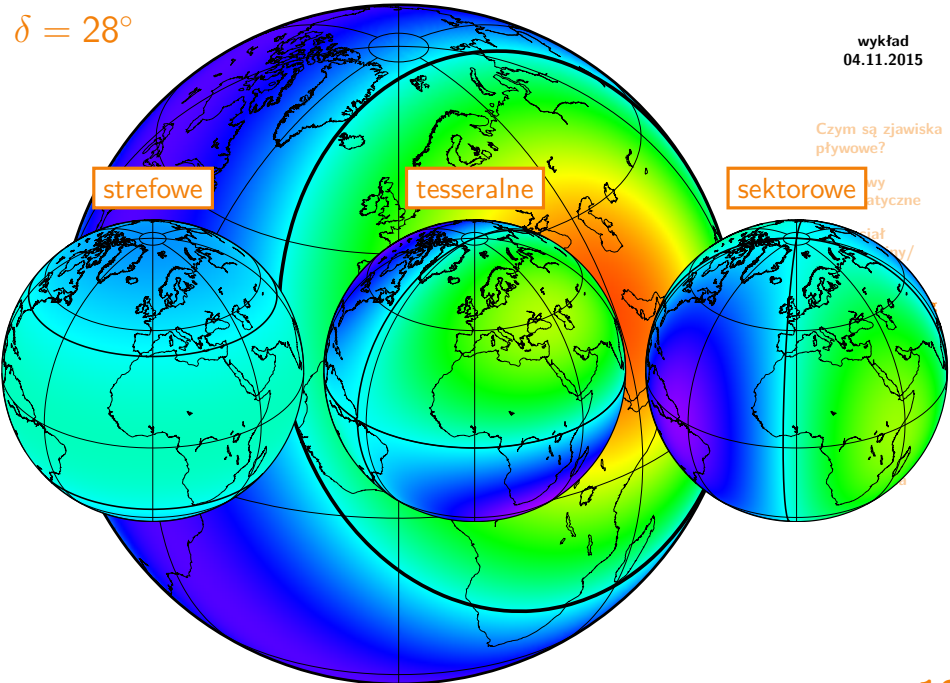
strefowe

tesseralne

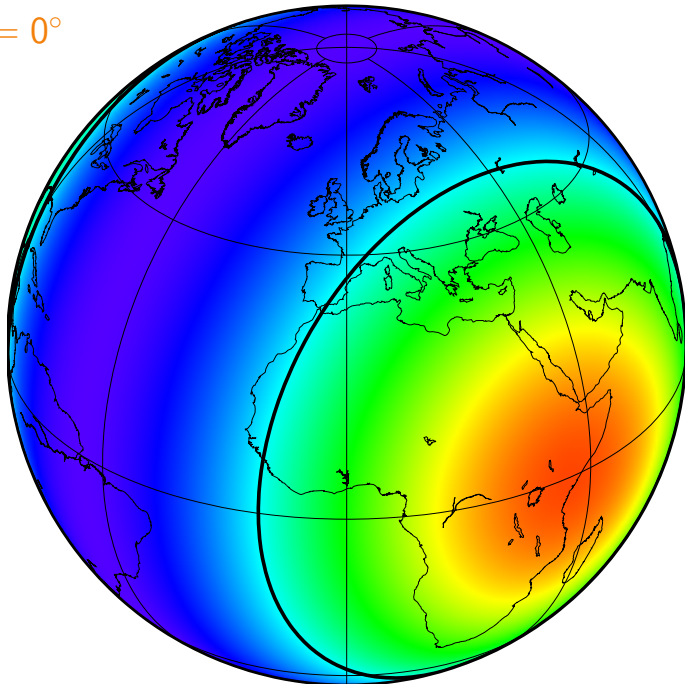
sektorowe

wy
atyczne

iał
wy/



$$\delta = 0^\circ$$



wykład
04.11.2015

Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy
matematyczne

Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna

$$\delta = 0^\circ$$

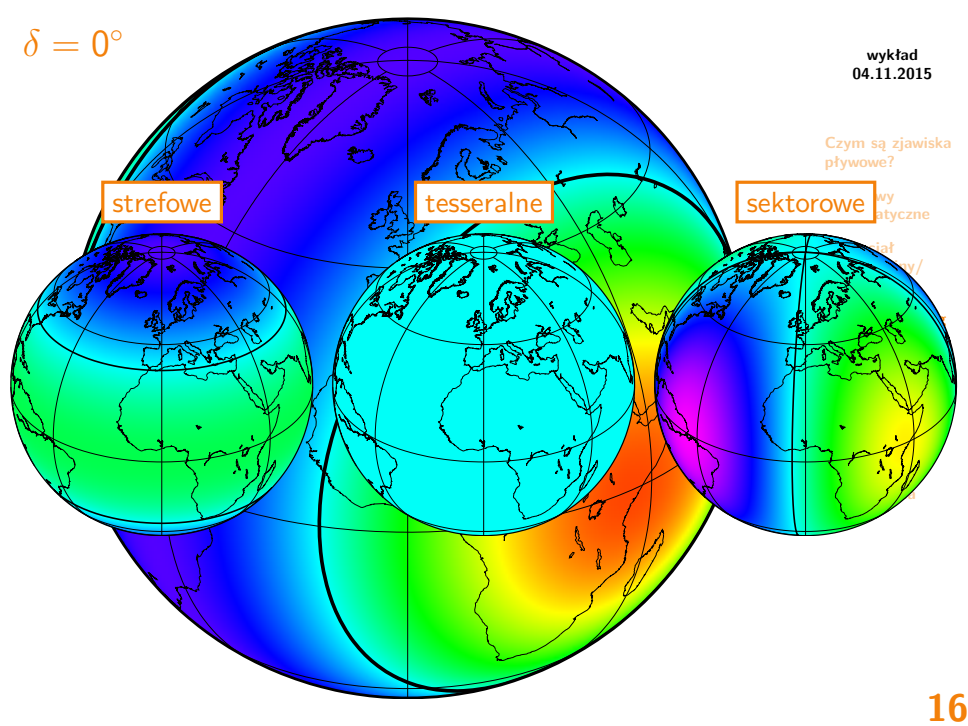
Czym są zjawiska
pływowe?

strefowe

tesseralne

sektorowe

wy
atyczne



$$\begin{bmatrix} \delta g \\ \delta h_\varphi \\ \delta h_\lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial V_2}{\partial R} \\ \frac{1}{R} \frac{\partial V_2}{\partial \varphi} \\ \frac{1}{R \cos \varphi} \frac{\partial V_2}{\partial \lambda} \end{bmatrix} = \frac{3 GmR}{4 r^3} \cdot$$

$$\begin{bmatrix} -6\left(\frac{1}{3} - \sin^2 \varphi\right)\left(\frac{1}{3} - \sin^2 \delta\right) - 2 \sin 2\varphi \sin 2\delta \cos t & -2 \cos^2 \varphi \cos^2 \delta \cos 2t \\ -3 \sin 2\varphi\left(\frac{1}{3} - \sin^2 \delta\right) & +2 \cos 2\varphi \sin 2\delta \cos t & -\sin 2\varphi \cos^2 \delta \cos 2t \\ & -2 \sin \varphi \sin 2\delta \sin t & -2 \cos \varphi \cos^2 \delta \sin 2t \end{bmatrix}$$

Czym są zjawiska pływowe?

Podstawy matematyczne

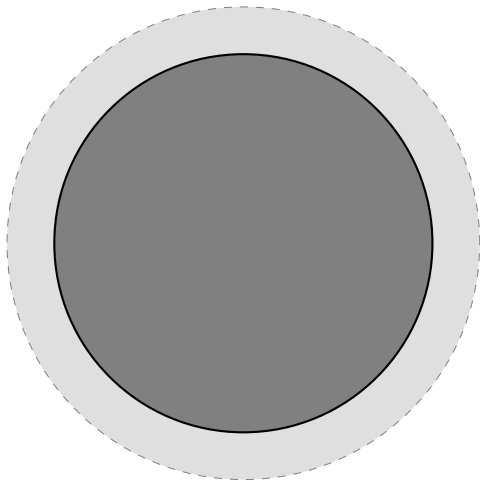
Potencjał grawitacyjny/pływowy

Typy pływów wg Laplace'a

Pływy dobowe i półdobowe

Rozwinięcie Doodsona

Analiza harmoniczna



Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy
matematyczne

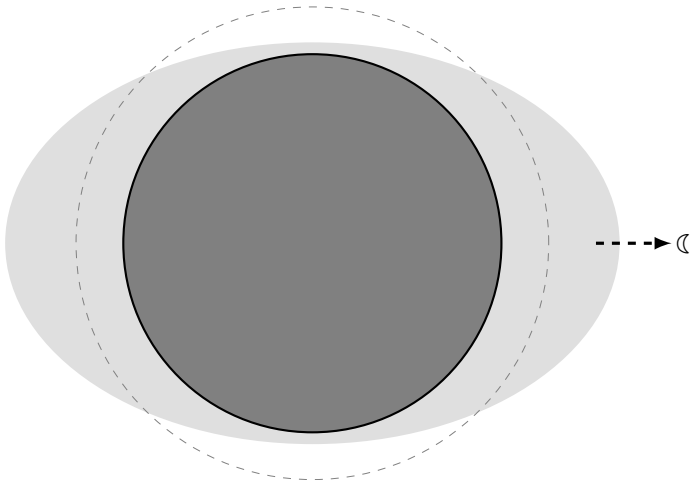
Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

Typy pływów wg
Laplace'a

**Pływy dobowe
i półdobowe**

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna



Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy
matematyczne

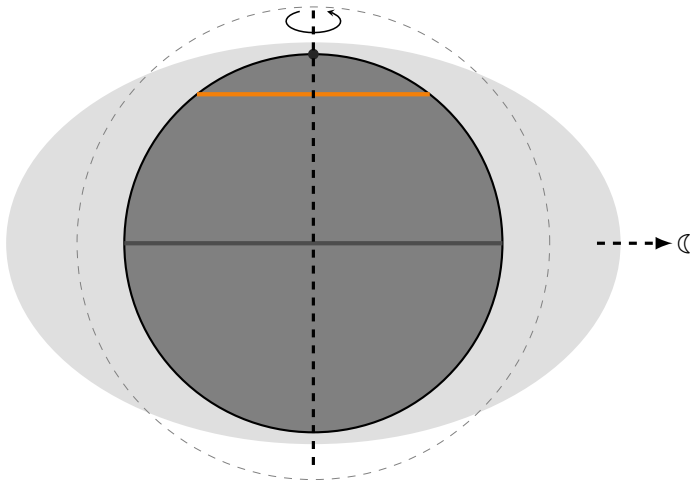
Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

Typy pływów wg
Laplace'a

**Pływy dobowe
i półdobowe**

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna



Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy
matematyczne

Potencjał
gravitacyjny/
pływowy

Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna

Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy
matematyczne

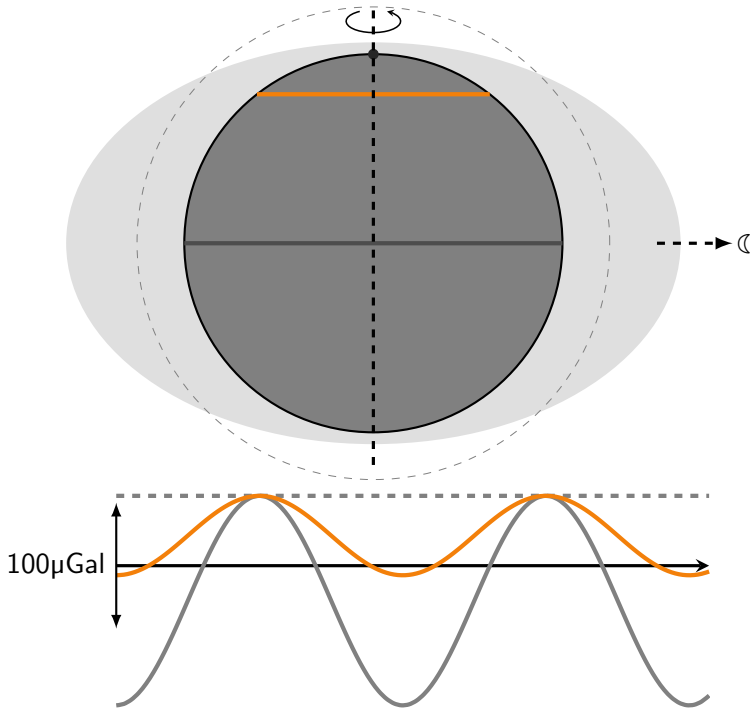
Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

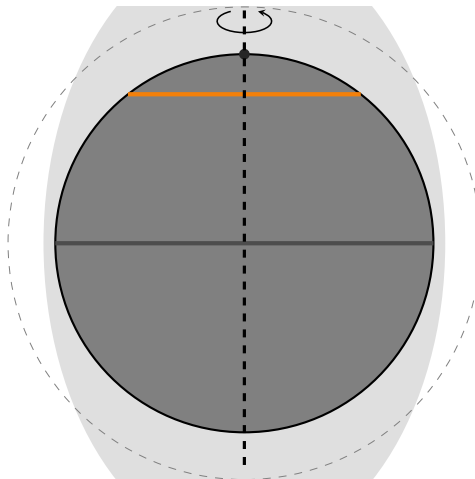
Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna





Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy
matematyczne

Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

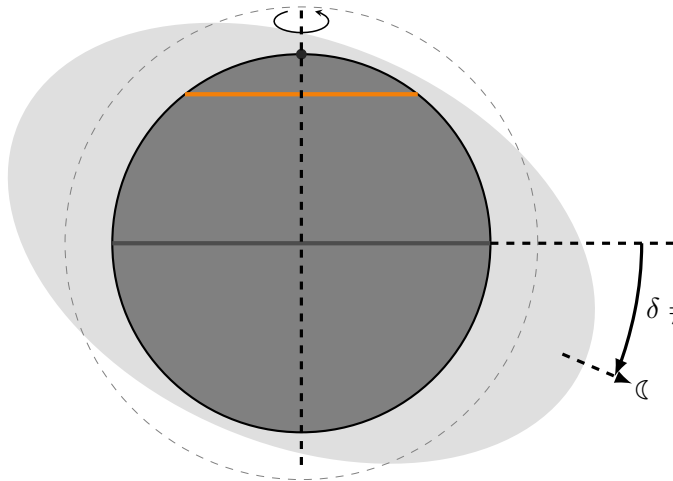
Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna

100μGal



Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy
matematyczne

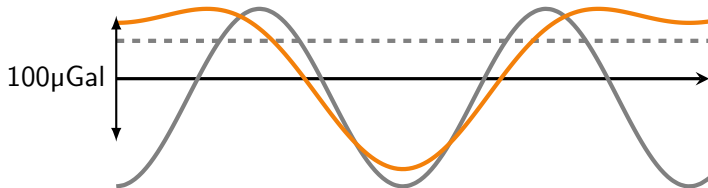
Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

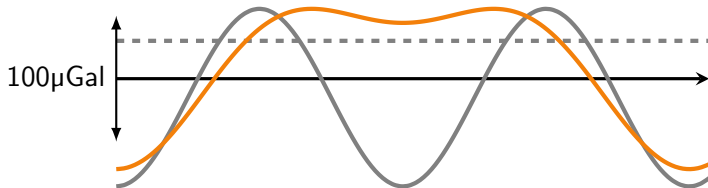
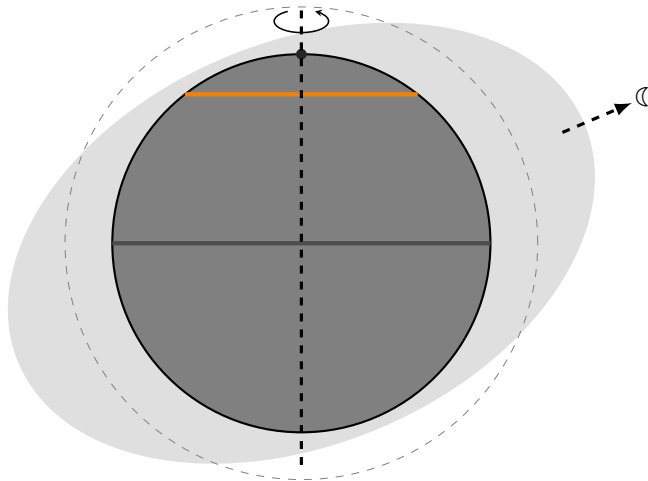
Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna





Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy
matematyczne

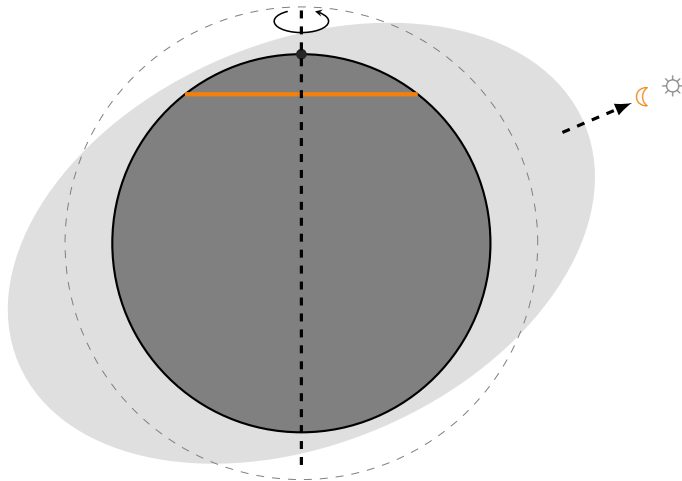
Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna



Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy
matematyczne

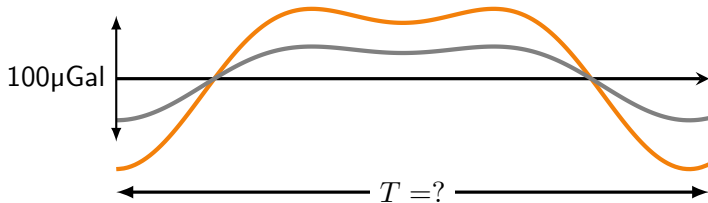
Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

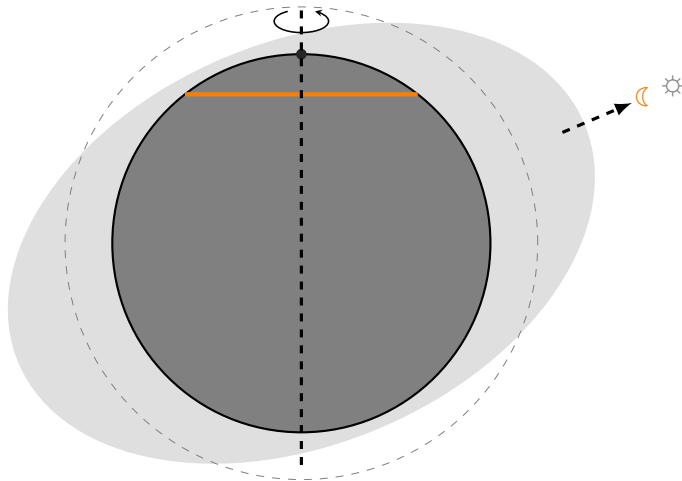
Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna





Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy
matematyczne

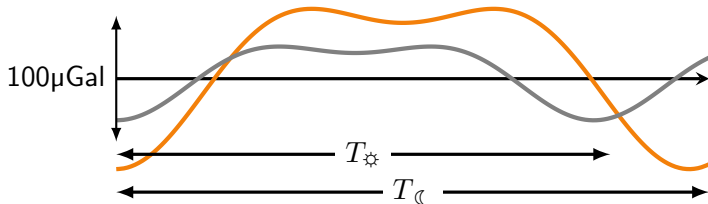
Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

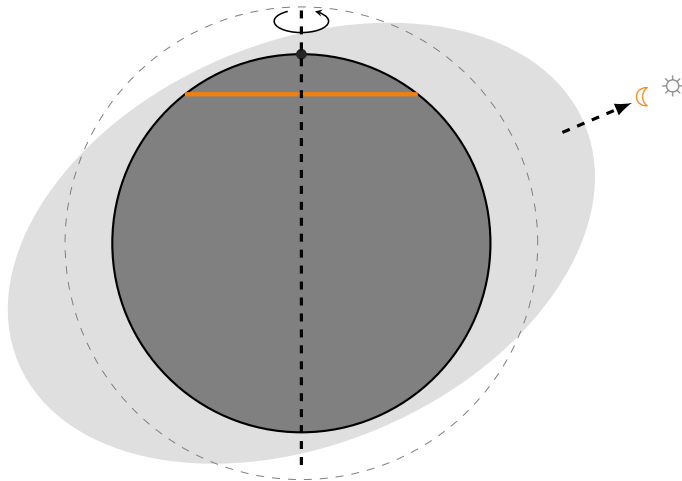
Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna





Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy
matematyczne

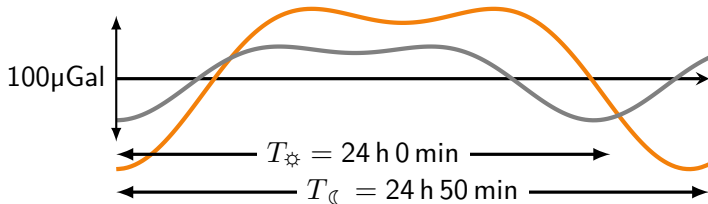
Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna



$$V = \frac{Gm}{r} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{R}{r}\right)^n f(\varphi, \delta, t)$$

$$= \sum A(K_{1-6}, R, \varphi) \sin \left\{ (a_1 \dot{\tau} + a_2 \dot{s} + a_3 \dot{h} + a_4 \dot{p} + a_5 \dot{N}' + a_6 \dot{p}_s) t \right\}$$

Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy
matematyczne

Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

Typy pływów wg
Laplace'a
Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Przykłady fal pływowych

Analiza
harmoniczna

Laplace

$$V = \frac{Gm}{r} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{R}{r}\right)^n f(\varphi, \delta, t)$$

Doodson

$$= \sum A(K_{1-6}, R, \varphi) \sin \left\{ (a_1 \dot{\tau} + a_2 \dot{s} + a_3 \dot{h} + a_4 \dot{p} + a_5 \dot{N}' + a_6 \dot{p}_s) t \right\}$$

$\dot{\tau}$	24,833	h	średni czas księżycowy
\dot{s}	27,3	d	średnia długość Księżyca
\dot{h}	365,25	d	średnia długość Słońca
\dot{p}	8,8	lat	średnia długość perigeum orbity Księżyca
$-\dot{N}'$	18,6	lat	średnia długość węzła wstępującego orbity Księżyca
\dot{p}_s	20 942	lat	średnia długość perigeum orbity Słońca

Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy
matematyczne

Potencjał
grawitacyjny/
pływy

Typy pływów wg
Laplace'a
Pływy dobowe
i poldobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Przykłady fal pływowych

Analiza
harmoniczna

Wykaz 1: fragment katalog potencjału pływowego

2	0	0	0	0	0	0	0.00000000	-8695028819.	0.	M0S0
4	0	0	0	0	0	0	0.00000000	395037.	0.	
2	0	0	0	0	1	0	0.00220641	771912590.	0.	
4	0	0	0	0	1	0	0.00220641	-307251.	0.	
3	0	0	0	1	-1	0	0.00243541	0.	267094.	
2	0	0	0	0	2	0	0.00441281	-7537749.	0.	
3	0	0	0	1	0	0	0.00464181	0.	-5631229.	
3	0	0	0	1	1	0	0.00684822	0.	-868055.	
2	0	0	0	2	1	0	0.01149003	1177773.	0.	
2	0	0	1	0	-1	-1	0.03886027	-1177773.	0.	
2	0	0	1	0	0	-1	0.04106668	-136150588.	0.	SA
2	0	0	1	0	0	1	0.04107060	7066640.	0.	
2	0	0	1	0	1	-1	0.04327309	1177773.	0.	
2	0	0	2	-2	-1	0	0.07064725	588887.	0.	
2	0	0	2	-2	0	0	0.07285365	-8597745.	0.	
2	0	0	2	-2	1	0	0.07506006	706664.	0.	
3	0	0	2	-1	0	0	0.07749547	0.	-1068375.	
2	0	0	2	0	0	-2	0.08213336	-3179988.	0.	
2	0	0	2	0	0	0	0.08213728	-856594487.	0.	SSA
2	0	0	2	0	1	0	0.08434369	21435473.	0.	
2	0	0	2	0	2	0	0.08655009	4711093.	0.	
2	0	0	3	0	0	-1	0.12320396	-49937586.	0.	STA
2	0	0	3	0	1	-1	0.12541037	942219.	0.	
2	0	0	4	0	0	-2	0.16427064	-2002215.	0.	
2	0	1	0	-1	1	0	0.54658111	63128646.	0.	
3	0	1	0	0	-1	0	0.54681011	0.	5364135.	
2	0	3	-1	-1	0	1	1.60134107	-3651097.	0.	
3	2	4	0	-1	0	0	31.17552851	0.	1148504.	

Czym są zjawiska pływowe?

Podstawy matematyczne

Potencjał grawitacyjny/ pływowy

Typy pływów wg Laplace'a

Pływy dobowe i półdobowe

Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

Analiza harmoniczna

Symbol	Okres	Pochodzenie
--------	-------	-------------

Pływy długookresowe

M_0		Stały pływ księżycowy
S_0		Stały pływ słoneczny
S_a	365.25^d	Pływ eliptyczny S_0
S_{sa}	182.62^d	Pływ deklinacyjny S_0
M_m	27.55^d	Pływ eliptyczny M_0
M_f	13.66^d	Pływ deklinacyjny M_0

Pływy dobowe

O_1	25^h49^m	Główna fala księżycowa
P_1	24^h04^m	Główna fala słoneczna
K_1	23^h56^m	Fala deklinacyjna k-s

Pływy pół-dobowe

N_2	12^h39^m	Pływ eliptyczny M_2
M_2	12^h25^m	Główna fala księżycowa
S_2	12^h00^m	Główna fala słoneczna

Pływy ter-dobowe

M_3	8^h17^m	Główna fala księżycowa
-------	-----------	------------------------

... i wiele, wiele innych...

wykład
04.11.2015

Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy
matematyczne

Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

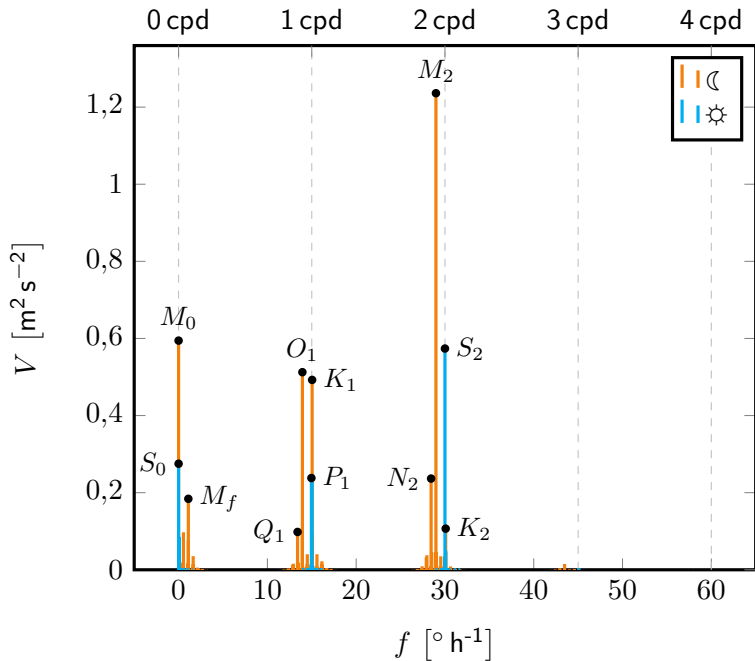
Rozwinięcie
Doodsona

Przykłady fal pływowych

Analiza
harmoniczna

Fale pływowe

wykład
04.11.2015



Czym są zjawiska pływowe?

Podstawy matematyczne

Potencjał grawitacyjny/ pływowy

Typy pływów wg Laplace'a

Pływy dobowe i półdobowe

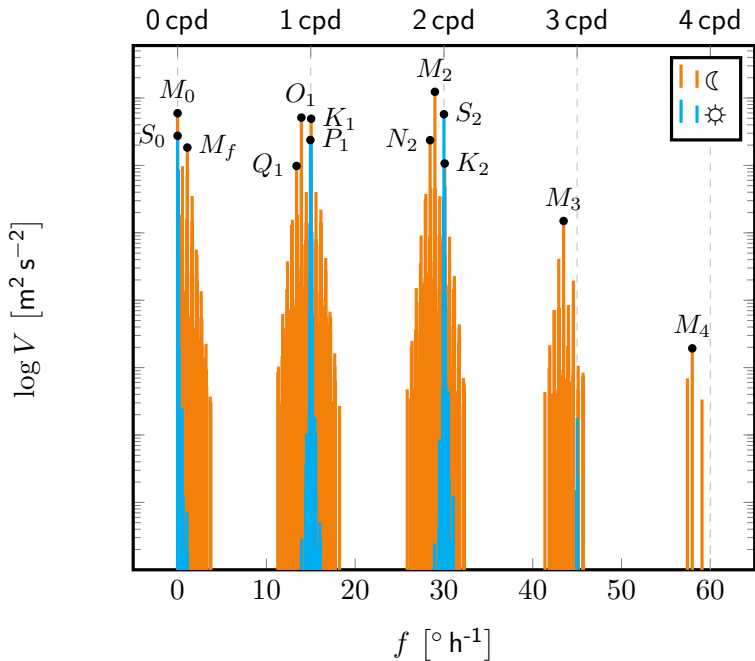
Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

Analiza harmoniczna

Fale pływowe

wykład
04.11.2015



Czym są zjawiska pływowe?

Podstawy matematyczne

Potencjał grawitacyjny/ pływowy

Typy pływów wg Laplace'a

Pływy dobowe i półdobowe

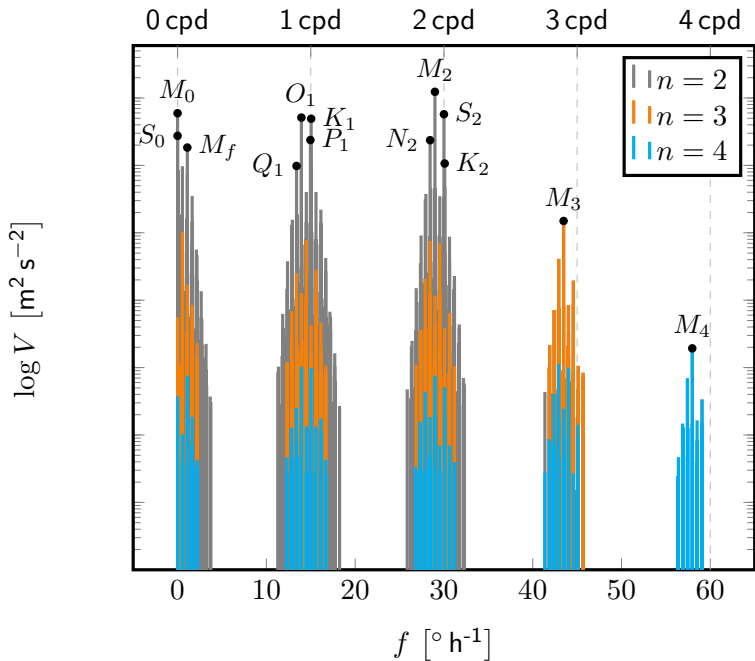
Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

Analiza harmoniczna

Fale pływowe

wykład
04.11.2015



Czym są zjawiska pływowe?

Podstawy matematyczne

Potencjał grawitacyjny/ pływowy

Typy pływów wg Laplace'a

Pływy dobowe i półdobowe

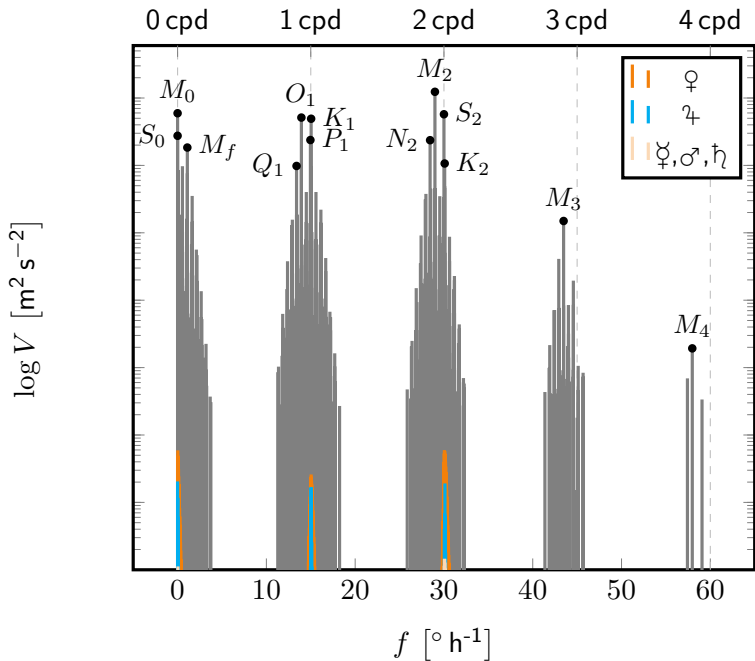
Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

Analiza harmoniczna

Fale pływowe

wykład
04.11.2015



Czym są zjawiska pływowe?

Podstawy matematyczne

Potencjał grawitacyjny/pływowy

Typy pływów wg Laplace'a

Pływy dobowe i półdobowe

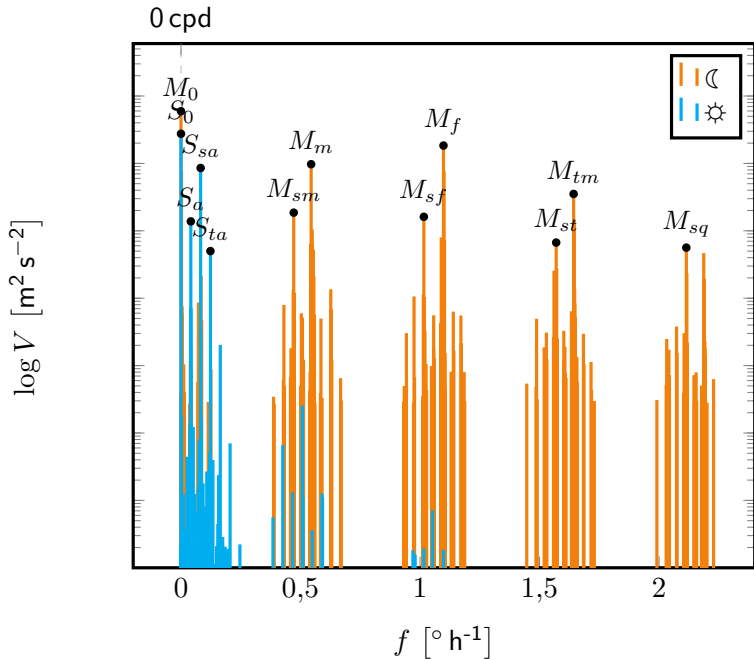
Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

Analiza harmoniczna

Fale pływowe

wykład
04.11.2015



Czym są zjawiska pływowe?

Podstawy matematyczne

Potencjał grawitacyjny/ pływowy

Typy pływów wg Laplace'a

Pływy dobowe i półdobowe

Rozwinięcie Doodsona

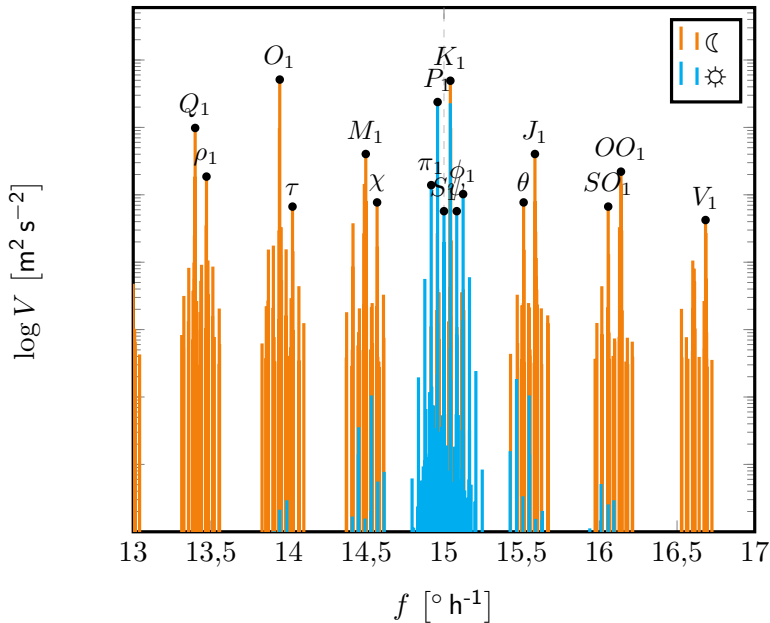
Przykłady fal pływowych

Analiza harmoniczna

Fale pływowe

1 cpd

wykład
04.11.2015



Czym są zjawiska pływowe?

Podstawy matematyczne

Potencjał grawitacyjny/
pływy

Typy pływów wg Laplace'a

Pływy dobowe i półdobowe

Rozwinięcie Doodsona

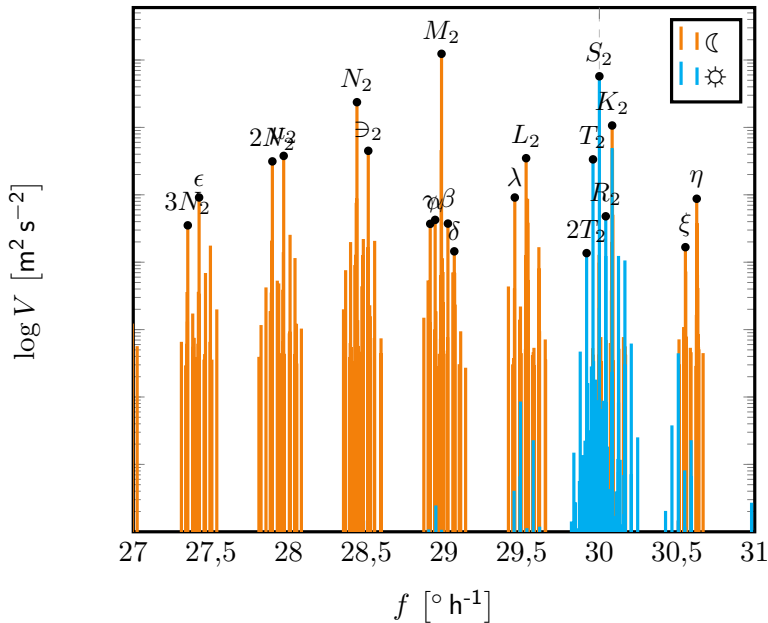
Przykłady fal pływowych

Analiza harmoniczna

Fale pływowe

2 cpd

wykład
04.11.2015



Czym są zjawiska pływowe?

Podstawy matematyczne

Potencjał grawitacyjny/
pływowy

Typy pływów wg Laplace'a

Pływy dobowe i półdobowe

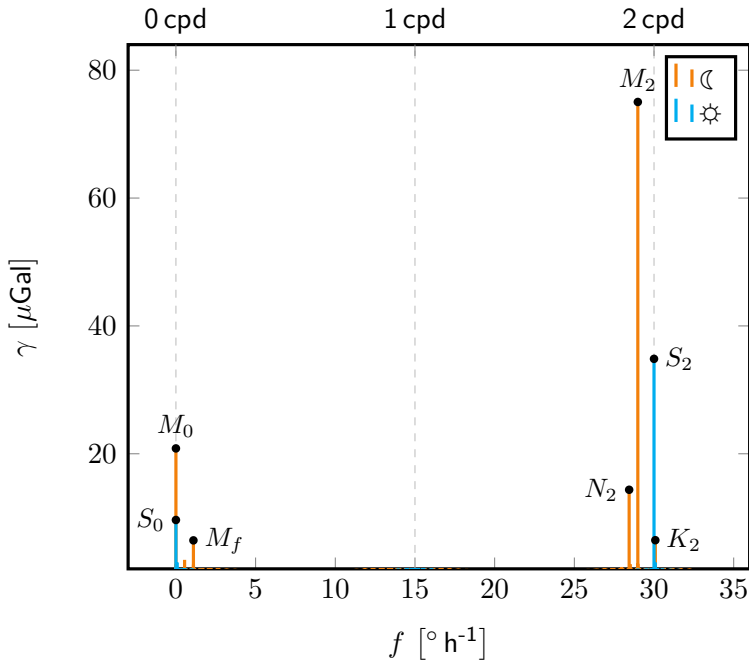
Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

Analiza harmoniczna

Fale pływowe – $\varphi = 0^\circ$

wykład
04.11.2015



Czym są zjawiska pływowe?

Podstawy matematyczne

Potencjał grawitacyjny/ pływowy

Typy pływów wg Laplace'a

Pływy dobowe i półdobowe

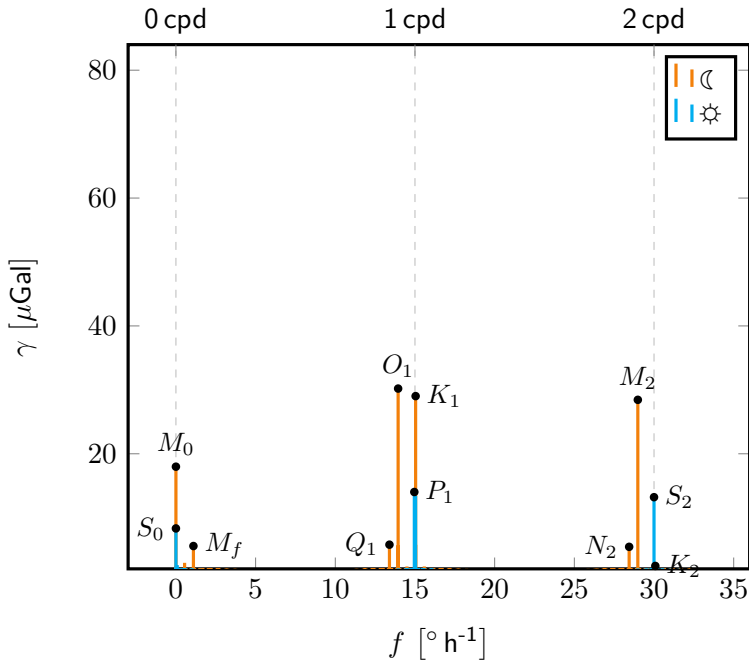
Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

Analiza harmoniczna

Fale pływowe – $\varphi = 52^\circ$

wykład
04.11.2015



Czym są zjawiska pływowe?

Podstawy matematyczne

Potencjał grawitacyjny/ pływowy

Typy pływów wg Laplace'a

Pływy dobowe i półdobowe

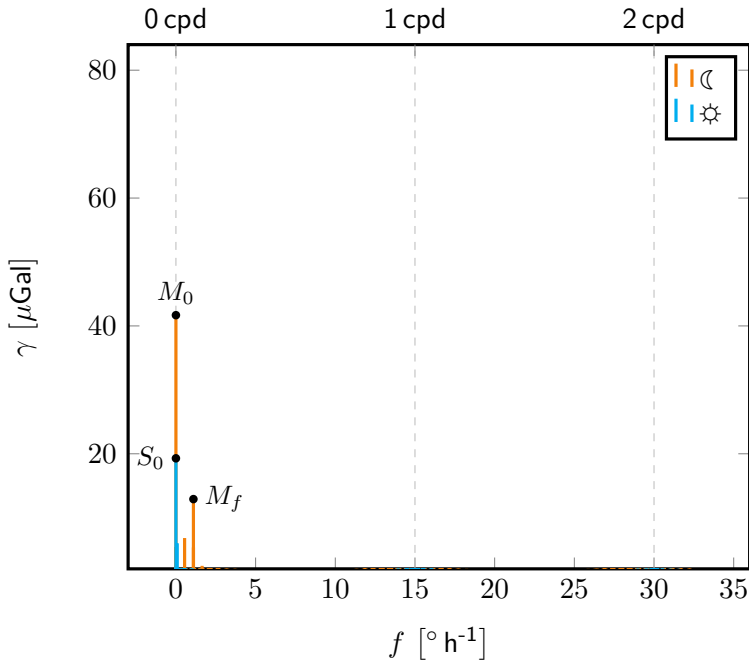
Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

Analiza harmoniczna

Fale pływowe – $\varphi = 90^\circ$

wykład
04.11.2015



Czym są zjawiska pływowe?

Podstawy matematyczne

Potencjał grawitacyjny/ pływowy

Typy pływów wg Laplace'a

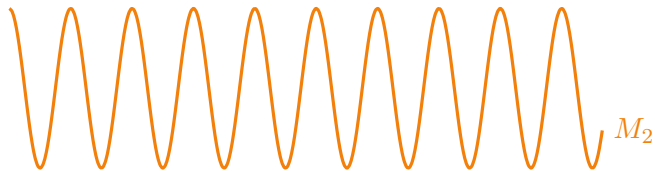
Pływy dobowe i półdobowe

Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

Analiza harmoniczna

M_2



← 5 d →

Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy
matematyczne

Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna

————— S_2

Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy
matematyczne

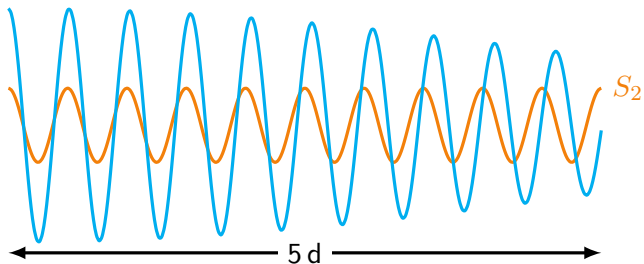
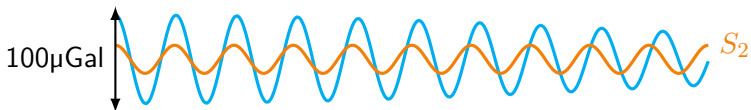
Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

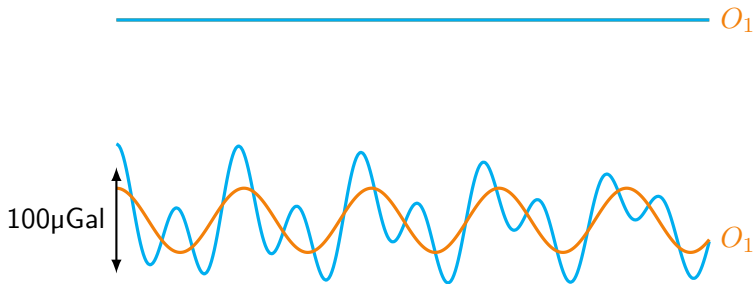
Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna





Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy
matematyczne

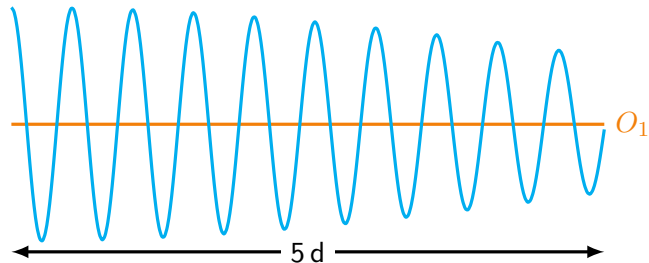
Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

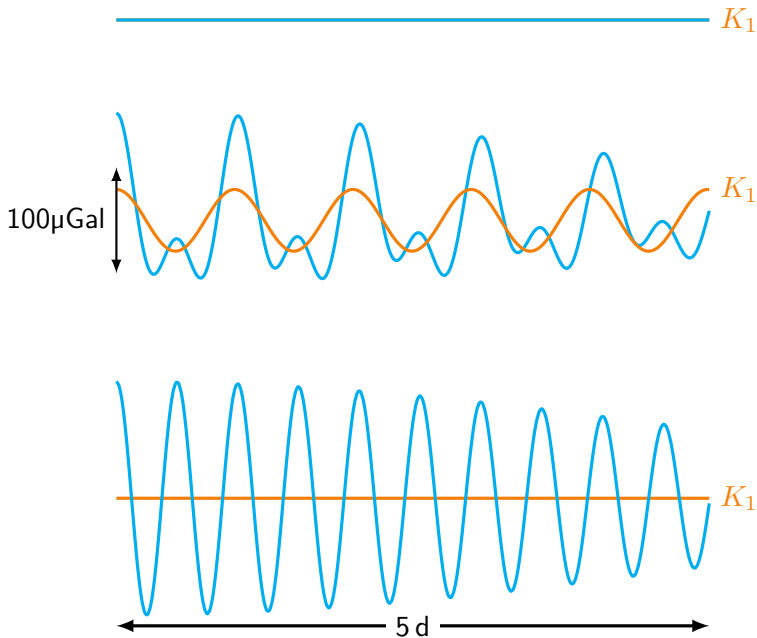
Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

**Analiza
harmoniczna**





Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy
matematyczne

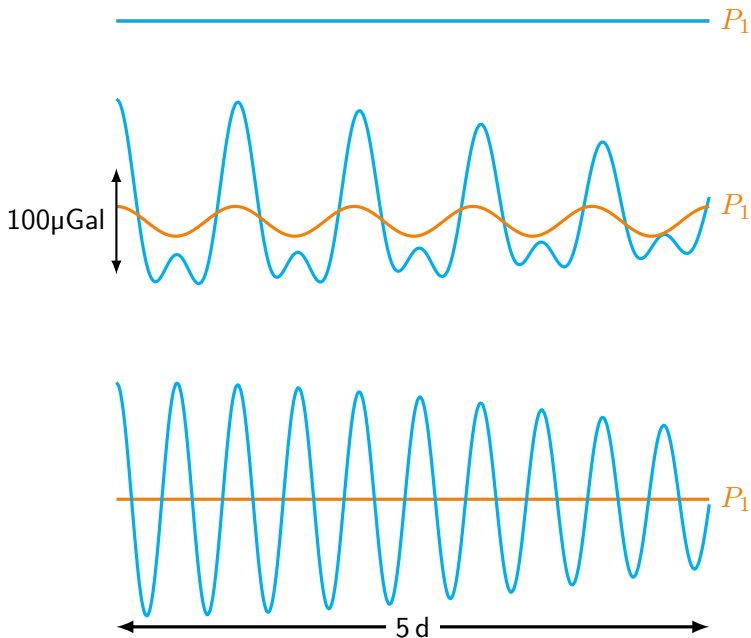
Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

**Analiza
harmoniczna**



Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy
matematyczne

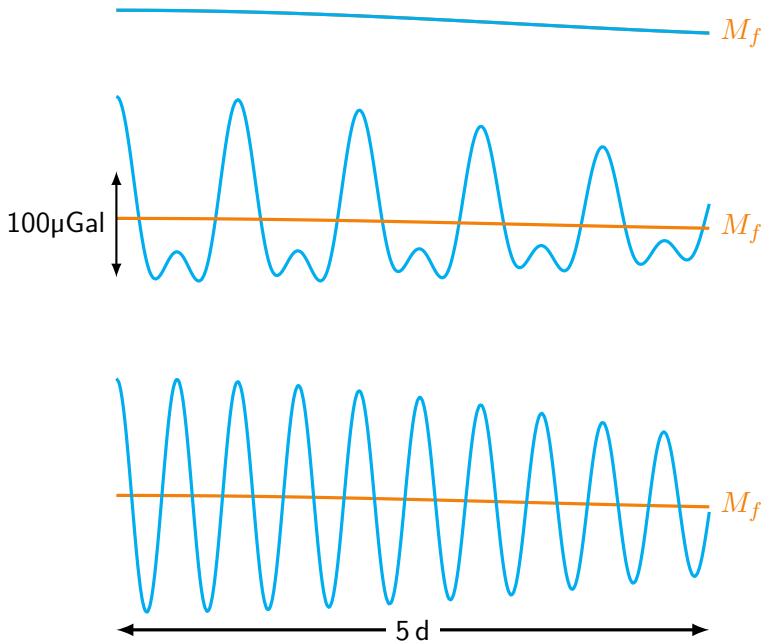
Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

**Analiza
harmoniczna**



Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy
matematyczne

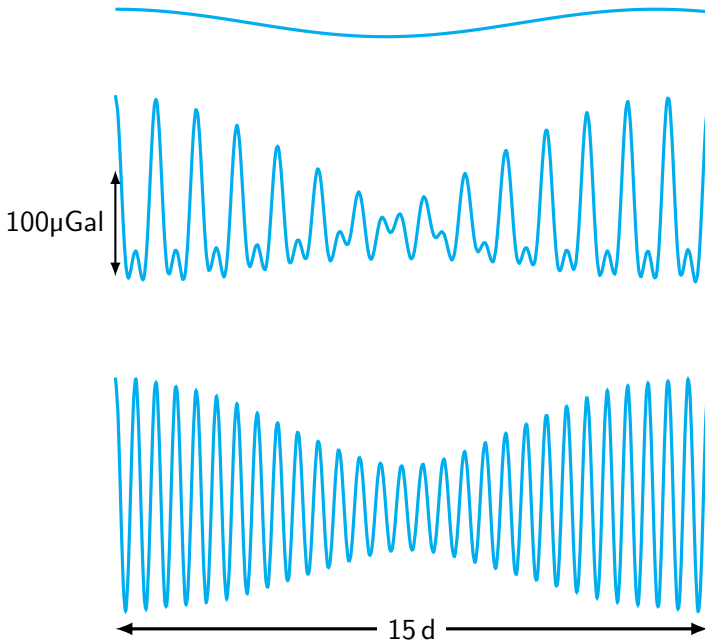
Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna



Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy
matematyczne

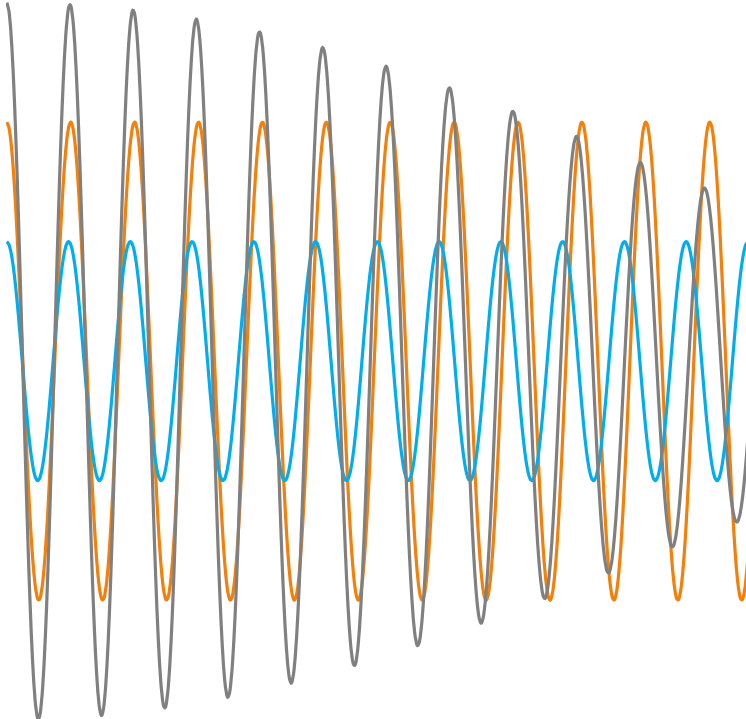
Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna



Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy
matematyczne

Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

**Analiza
harmoniczna**

Czym są zjawiska
pływowe?

Podstawy
matematyczne

Potencjał
grawitacyjny/
pływowy

Typy pływów wg
Laplace'a

Pływy dobowe
i półdobowe

Rozwinięcie
Doodsona

Analiza
harmoniczna