

# Statyczna teoria pływów

geodynamika 2015/2016

ostatnia aktualizacja  
6 listopada 2015

*„...If I were asked to tell what I mean  
by the Tides I should feel it exceedingly  
difficult to answer the question...”  
Lord Kelvin, 1882*

wykład  
06.11.2015

## Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk  
pływowych

## Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych  
Wartości pływowych zmian  
przyspieszenia siły  
ciężkości

## Potencjał grawitacyjny/ pływowy

## Typy pływów wg Laplace'a

## Pływy dobowe i półdobowe

## Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

## Analiza harmoniczna

*„...If I were asked to tell what I mean  
by the Tides I should feel it exceedingly  
difficult to answer the question...”  
Lord Kelvin, 1882*

- ~~Wszelkie efekty powodowane przez ciała zewnętrzne~~
- ~~Zjawiska powodowane przez masy ciał zewnętrznych~~
- ~~Deformacje powodowane przez ciała zewnętrzne~~
- Efekty powodowane przez **różnicowe** grawitacyjne oddziaływanie ciał zewnętrznych

### Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk  
pływowych

### Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych  
Wartości pływowych zmian  
przyspieszenia siły  
ciężkości

### Potencjał grawitacyjny/ pływowy

### Typy pływów wg Laplace'a

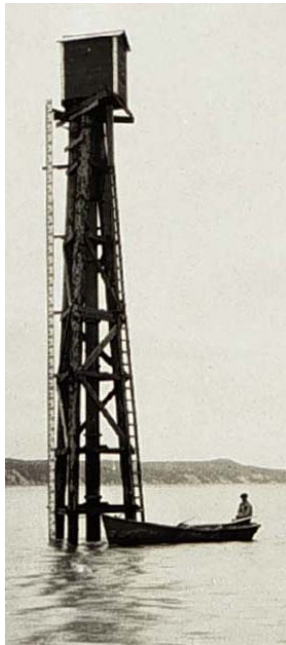
### Pływy dobowe i półdobowe

### Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

### Analiza harmoniczna

## ODDYCHANIE ZIEMI



wykład  
06.11.2015

## Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk  
pływowych

## Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian  
przyspieszenia siły  
ciężkości

## Potencjał grawitacyjny/ pływowy

## Typy pływów wg Laplace'a

## Pływy dobowe i półdobowe

## Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

## Analiza harmoniczna

[oceanservice.noaa.gov](http://oceanservice.noaa.gov)



[homepage.oma.be/mvc](http://homepage.oma.be/mvc)

wykład  
06.11.2015

## Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk  
pływowych

## Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian  
przyspieszenia siły  
ciężkości

## Potencjał grawitacyjny/ pływowy

## Typy pływów wg Laplace'a

## Pływy dobowe i półdobowe

## Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

## Analiza harmoniczna



[homepage.oma.be/mvc](http://homepage.oma.be/mvc)

wykład  
06.11.2015

## Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk  
pływowych

## Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych  
Wartości pływowych zmian  
przyspieszenia siły  
ciężkości

## Potencjał grawitacyjny/ pływowy

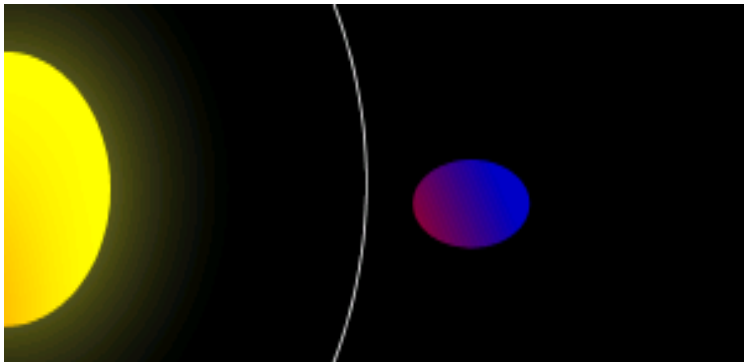
## Typy pływów wg Laplace'a

## Pływy dobowe i półdobowe

## Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

## Analiza harmoniczna



pl.wikipedia.org

## Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk  
pływowych

## Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian  
przyspieszenia siły  
ciężkości

## Potencjał grawitacyjny/ pływowy

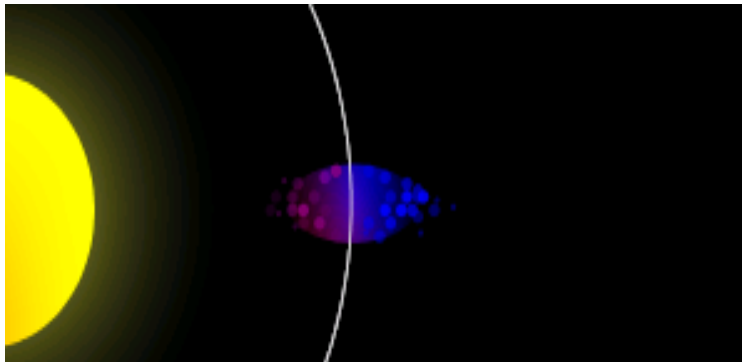
## Typy pływów wg Laplace'a

## Pływy dobowe i półdobowe

## Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

## Analiza harmoniczna



pl.wikipedia.org

## Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk  
pływowych

## Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych  
Wartości pływowych zmian  
przyspieszenia siły  
ciężkości

## Potencjał grawitacyjny/ pływowy

## Typy pływów wg Laplace'a

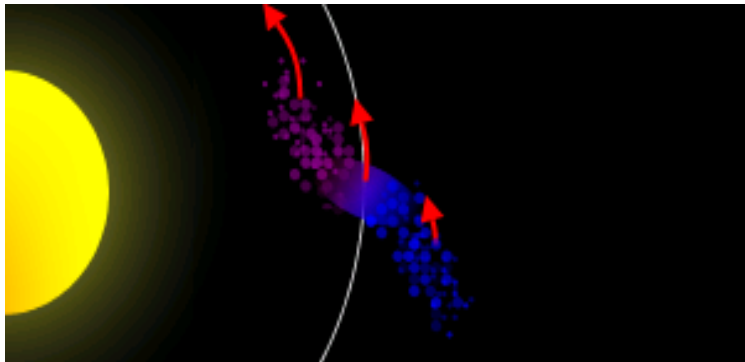
## Pływy dobowe i półdobowe

## Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

## Analiza harmoniczna





pl.wikipedia.org

## Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk pływowych

## Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

## Potencjał grawitacyjny/ pływowy

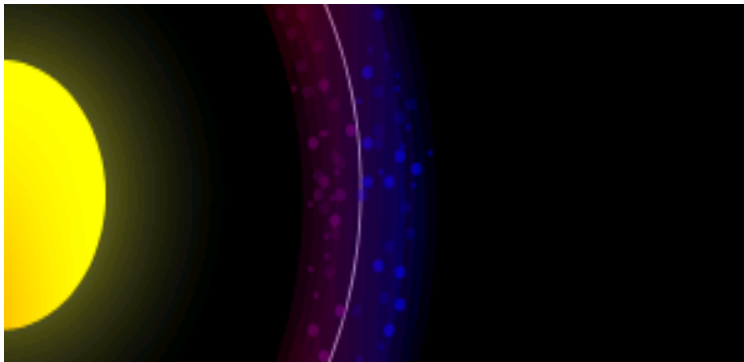
## Typy pływów wg Laplace'a

## Pływy dobowe i półdobowe

## Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

## Analiza harmoniczna



pl.wikipedia.org

## Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk pływowych

## Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

## Potencjał grawitacyjny/ pływowy

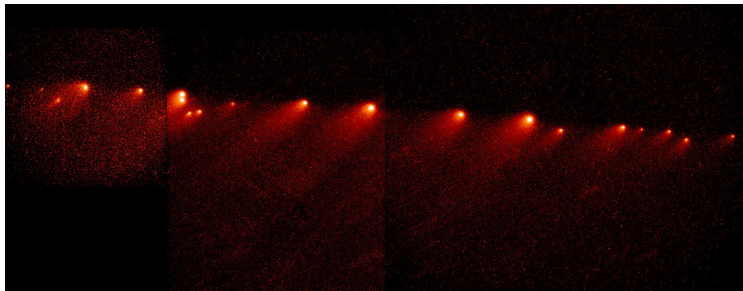
## Typy pływów wg Laplace'a

## Pływy dobowe i półdobowe

## Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

## Analiza harmoniczna



pl.wikipedia.org

## Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk  
pływowych

## Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych  
Wartości pływowych zmian  
przyspieszenia siły  
ciężkości

## Potencjał grawitacyjny/ pływowy

## Typy pływów wg Laplace'a

## Pływy dobowe i półdobowe

## Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

## Analiza harmoniczna



pl.wikipedia.org

## Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk pływowych

## Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

## Potencjał grawitacyjny/ pływowy

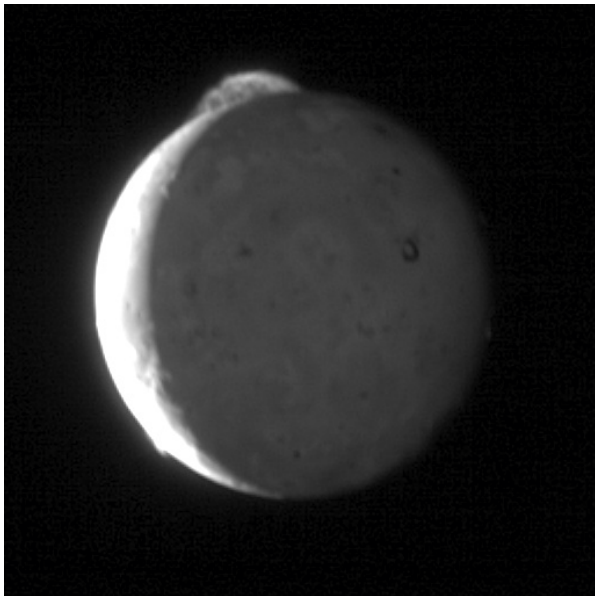
## Typy pływów wg Laplace'a

## Pływy dobowe i półdobowe

## Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

## Analiza harmoniczna



pl.wikipedia.org

wykład  
06.11.2015

Czym są zjawiska  
pływowe?

Przykłady zjawisk  
pływowych

Podstawy  
matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian  
przyspieszenia siły  
ciężkości

Potencjał  
grawitacyjny/  
pływowy

Typy pływów wg  
Laplace'a

Pływy dobowe  
i półdobowe

Rozwinięcie  
Doodsona

Przykłady fal pływowych

Analiza  
harmoniczna



wykład  
06.11.2015

## Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk  
pływowych

## Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian  
przyspieszenia siły  
ciężkości

## Potencjał grawitacyjny/ pływowy

## Typy pływów wg Laplace'a

## Pływy dobowe i półdobowe

## Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

## Analiza harmoniczna

homepage.oma.be/mvc

Mniej spektakularne, również ciekawe i ważne:

- pływy skorupy ziemskiej
  - zmiany wysokości
  - zmiany siły ciężkości
  - zmiany kierunku linii pionu
  - zmiany długości, powierzchni, objętości
- pływy atmosfery
- pływowe zmiany prędkości obrotowej Ziemi
- pływowe zmiany orientacji Ziemi
- perturbacje SSZ
- „ciemna strona księżycy” i jego ucieczka
- efekty pośrednie pływów oceanicznych i atmosferycznych
- trzęsienia Ziemi
- . . .

Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk pływowych

Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

Potencjał grawitacyjny/ pływowy

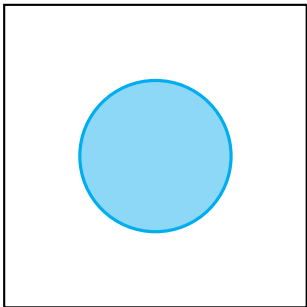
Typy pływów wg Laplace'a

Pływy dobowe i półdobowe

Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

Analiza harmoniczna



## Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk  
pływowych

## Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian  
przyspieszenia siły  
ciężkości

## Potencjał grawitacyjny/ pływowy

## Typy pływów wg Laplace'a

## Pływy dobowe i półdobowe

## Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

## Analiza harmoniczna



## Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk  
pływowych

## Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian  
przyspieszenia siły  
ciężkości

## Potencjał grawitacyjny/ pływowy

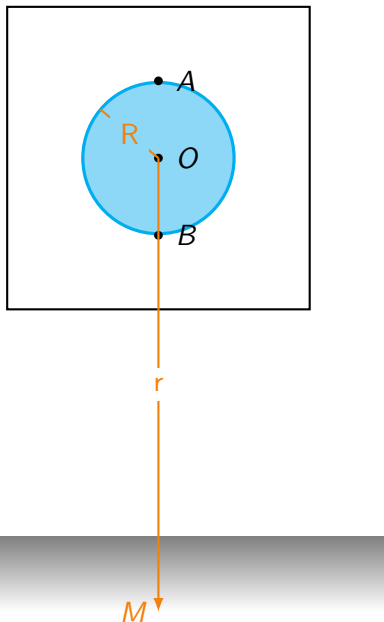
## Typy pływów wg Laplace'a

## Pływy dobowe i półdobowe

## Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

## Analiza harmoniczna



## Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk  
pływowych

## Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian  
przyspieszenia siły  
ciężkości

## Potencjał grawitacyjny/ pływowy

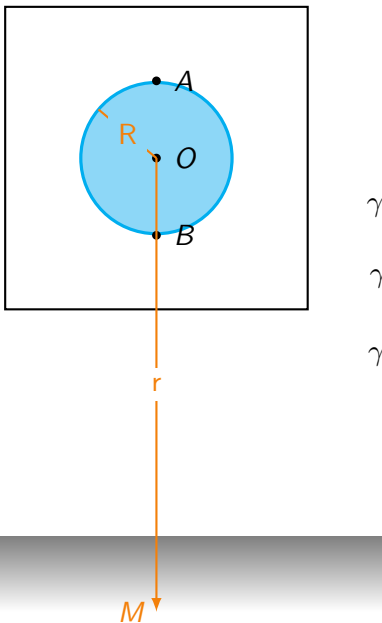
## Typy pływów wg Laplace'a

## Pływy dobowe i półdobowe

## Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

## Analiza harmoniczna



$$\gamma_O = \frac{GM}{r^2}$$

$$\gamma_A = \frac{GM}{(r+R)^2}$$

$$\gamma_B = \frac{GM}{(r-R)^2}$$

## Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk  
pływowych

## Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian  
przyspieszenia siły  
ciężkości

## Potencjał grawitacyjny/ pływowy

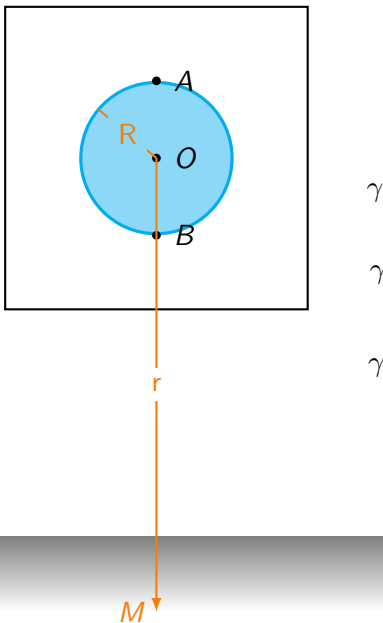
## Typy pływów wg Laplace'a

## Pływy dobowe i półdobowe

## Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

## Analiza harmoniczna



$$\gamma_0 = \frac{GM}{r^2}$$

$$\gamma_A \approx \gamma_0 - \gamma_0 \cdot \frac{2R}{r}$$

$$\gamma_B \approx \gamma_0 + \gamma_0 \cdot \frac{2R}{r}$$

## Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk  
pływowych

## Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian  
przyspieszenia siły  
ciężkości

## Potencjał grawitacyjny/ pływowy

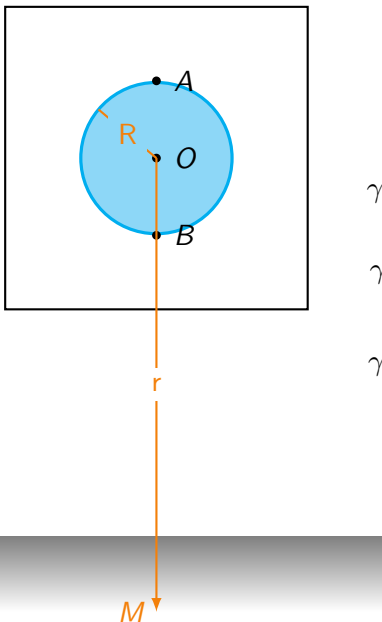
Typy pływów wg  
Laplace'a

Pływy dobowe  
i półdobowe

Rozwinięcie  
Doodsona

Przykłady fal pływowych

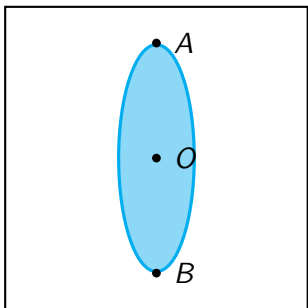
Analiza  
harmoniczna



$$\gamma_0 = \frac{GM}{r^2}$$

$$\gamma_A \approx \gamma_0 - \gamma_0 \cdot \frac{2R}{r} \sim \frac{M \cdot R}{r^3}$$

$$\gamma_B \approx \gamma_0 + \gamma_0 \cdot \frac{2R}{r}$$



$$\gamma_0 = \frac{GM}{r^2}$$

$$\gamma_A \approx \gamma_0 - \gamma_0 \cdot \frac{2R}{r}$$

$$\gamma_B \approx \gamma_0 + \gamma_0 \cdot \frac{2R}{r}$$

## Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk pływowych

## Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

## Potencjał grawitacyjny/ pływowy

## Typy pływów wg Laplace'a

## Pływy dobowe i półdobowe

## Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

## Analiza harmoniczna

## Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk  
pływowych

## Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian  
przyspieszenia siły  
ciężkości

## Potencjał grawitacyjny/ pływowy

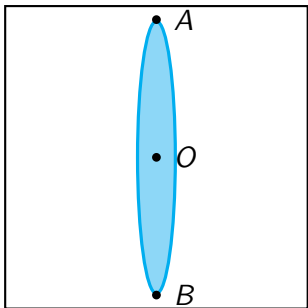
## Typy pływów wg Laplace'a

## Pływy dobowe i półdobowe

## Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

## Analiza harmoniczna



$$\gamma_0 = \frac{GM}{r^2}$$

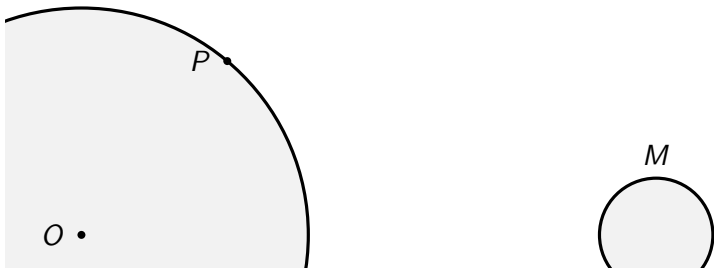
$$\gamma_A \approx \gamma_0 - \gamma_0 \cdot \frac{2R}{r}$$

$$\gamma_B \approx \gamma_0 + \gamma_0 \cdot \frac{2R}{r}$$

## Zadanie

Wyprowadzić wzór na przyspieszenie siły ciężkości (składowa pionowa i horyzontalna) na powierzchni kuli w zależności od geocentrycznej i topocentrycznej odległości zenitalnej.

Ziemia jest kulą o promieniu  $R$ , a ciało zewnętrzne w odległości  $r$  ma masę  $M$  oraz promień  $R'$



wykład  
06.11.2015

Czym są zjawiska  
pływowe?

Przykłady zjawisk  
pływowych

Podstawy  
matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian  
przyspieszenia siły  
ciężkości

Potencjał  
grawitacyjny/  
pływowy

Typy pływów wg  
Laplace'a

Pływy dobowe  
i półdobowe

Rozwinięcie  
Doodsona

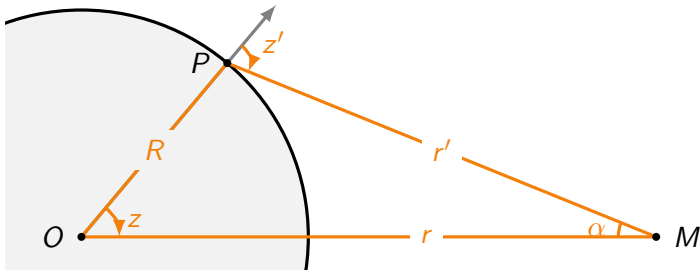
Przykłady fal pływowych

Analiza  
harmoniczna

## Zadanie

Wyprowadzić wzór na przyspieszenie siły ciężkości (składowa pionowa i horyzontalna) na powierzchni kuli w zależności od geocentrycznej i topocentrycznej odległości zenitalnej.

Ziemia jest kulą o promieniu  $R$ , a ciało zewnętrzne w odległości  $r$  ma masę  $M$  oraz promień  $R'$



wykład  
06.11.2015

Czym są zjawiska  
pływowe?

Przykłady zjawisk  
pływowych

Podstawy  
matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian  
przyspieszenia siły  
ciężkości

Potencjał  
grawitacyjny/  
pływowy

Typy pływów wg  
Laplace'a

Pływy dobowe  
i półdobowe

Rozwinięcie  
Doodsona

Przykłady fal pływowych

Analiza  
harmoniczna



$$\gamma = \frac{GM}{r'^2}$$

Czym są zjawiska  
pływowe?

Przykłady zjawisk  
pływowych

**Podstawy  
matematyczne**

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian  
przyspieszenia siły  
ciężkości

**Potencjał  
grawitacyjny/  
pływowy**

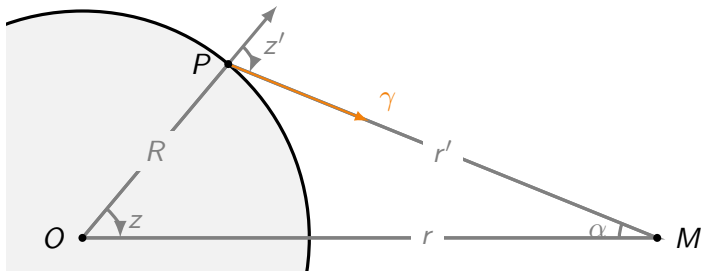
Typy pływów wg  
Laplace'a

Pływy dobowe  
i półdobowe

Rozwinięcie  
Doodsona

Przykłady fal pływowych

**Analiza  
harmoniczna**



$$\gamma = \frac{GM}{r^2} \cdot \left( 1 + 2 \frac{R}{r} \cos z \right)$$

## Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk pływowych

## Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

## Potencjał grawitacyjny/ pływowy

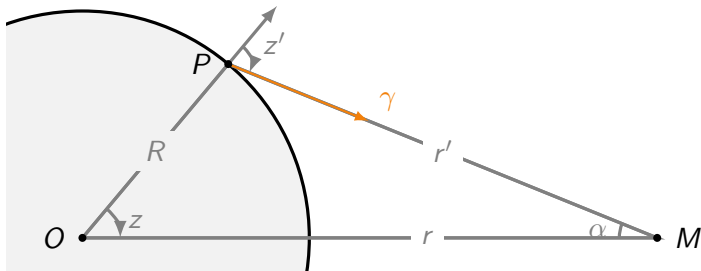
## Typy pływów wg Laplace'a

## Pływy dobowe i półdobowe

## Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

## Analiza harmoniczna



$$\gamma_v = \frac{GM}{r^2} \cdot \left(1 + 2\frac{R}{r} \cos z\right) \cdot \cos(\alpha + z)$$

$$\gamma_h = \frac{GM}{r^2} \cdot \left(1 + 2\frac{R}{r} \cos z\right) \cdot \sin(\alpha + z)$$

### Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk pływowych

### Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

### Potencjał grawitacyjny/ pływowy

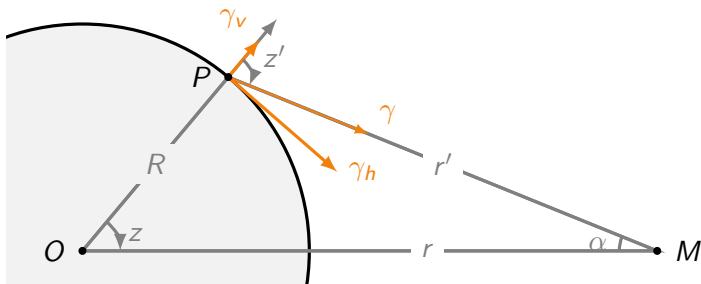
### Typy pływów wg Laplace'a

### Pływy dobowe i półdobowe

### Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

### Analiza harmoniczna



$$\sin \alpha \simeq \frac{R \sin z}{r}$$

$$\cos \alpha \simeq 1$$

Czym są zjawiska  
pływowe?

Przykłady zjawisk  
pływowych

Podstawy  
matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian  
przyspieszenia siły  
ciężkości

Potencjał  
grawitacyjny/  
pływowy

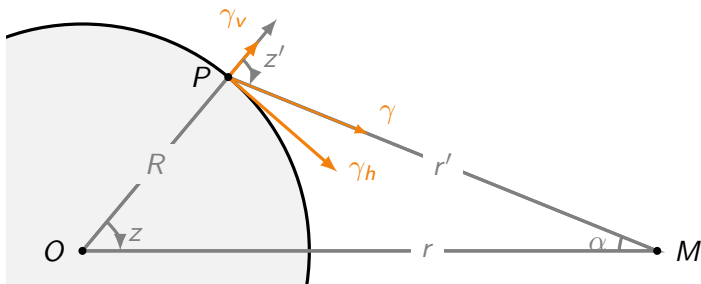
Typy pływów wg  
Laplace'a

Pływy dobowe  
i półdobowe

Rozwinięcie  
Doodsona

Przykłady fal pływowych

Analiza  
harmoniczna



$$\gamma_v = \frac{GM}{r^2} \cdot \left( \cos z + \frac{R}{r}(3 \cos^2 z - 1) \right)$$

$$\gamma_h = \frac{GM}{r^2} \cdot \left( \sin z + \frac{R}{r} \left( \frac{3}{2} \sin 2z \right) \right)$$

### Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk pływowych

### Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

### Potencjał grawitacyjny/ pływowy

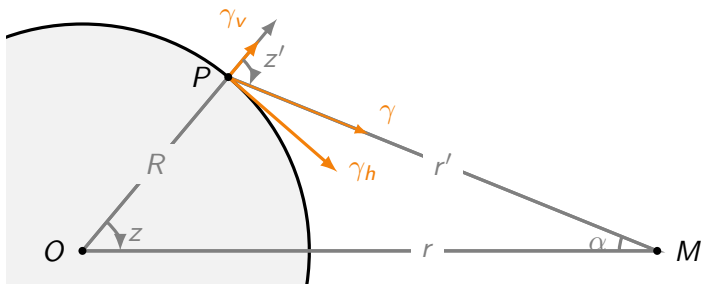
### Typy pływów wg Laplace'a

### Pływy dobowe i półdobowe

### Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

### Analiza harmoniczna



$$\gamma_v = \frac{GM}{r^2} \cdot \left( \cos z + \frac{R}{r} (3 \cos^2 z - 1) \right)$$

$$\gamma_h = \frac{GM}{r^2} \cdot \left( \sin z + \frac{R}{r} \left( \frac{3}{2} \sin 2z \right) \right)$$

Czym są zjawiska  
pływowe?

Przykłady zjawisk  
pływowych

Podstawy  
matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian  
przyspieszenia siły  
ciężkości

Potencjał  
grawitacyjny/  
pływowy

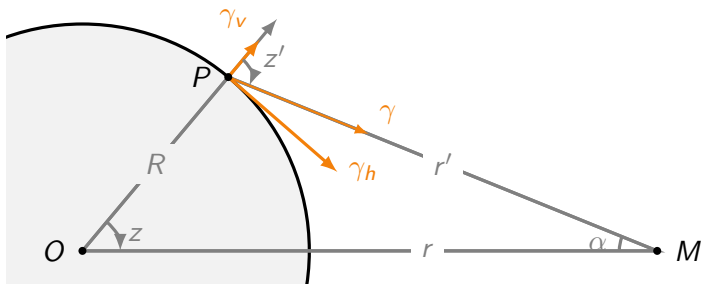
Typy pływów wg  
Laplace'a

Pływy dobowe  
i półdobowe

Rozwinięcie  
Doodsona

Przykłady fal pływowych

Analiza  
harmoniczna



$$\gamma_v = \frac{GM}{r^2} \cdot \left( \cos z + \frac{R}{r} (3 \cos^2 z - 1) \right)$$

$$\gamma_h = \frac{GM}{r^2} \cdot \left( \sin z + \frac{R}{r} \left( \frac{3}{2} \sin 2z \right) \right)$$

Czym są zjawiska  
pływowe?

Przykłady zjawisk  
pływowych

Podstawy  
matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian  
przyspieszenia siły  
ciężkości

Potencjał  
grawitacyjny/  
pływowy

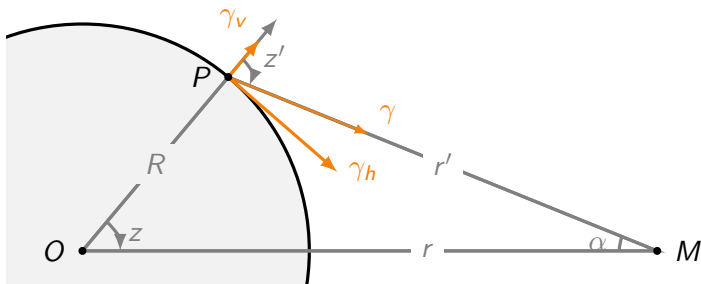
Typy pływów wg  
Laplace'a

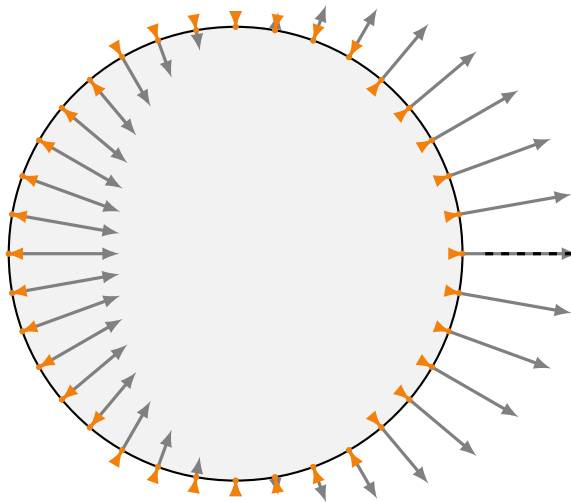
Pływy dobowe  
i półdobowe

Rozwinięcie  
Doodsona

Przykłady fal pływowych

Analiza  
harmoniczna





## Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk pływowych

## Podstawy matematyczne

### Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

## Potencjał grawitacyjny/ pływowy

Typy pływów wg Laplace'a

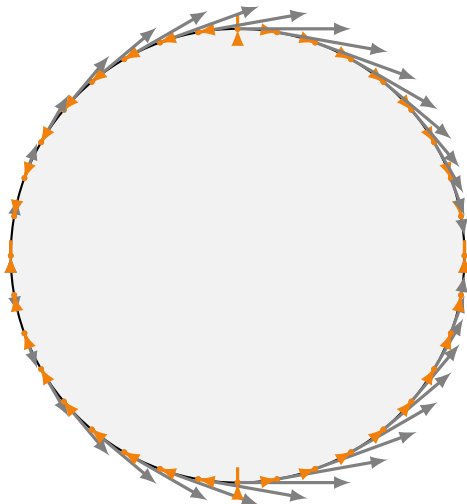
Pływy dobowe i półdobowe

Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

Analiza harmoniczna





## Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk pływowych

## Podstawy matematyczne

**Pole sił pływowych**

Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

## Potencjał grawitacyjny/ pływowy

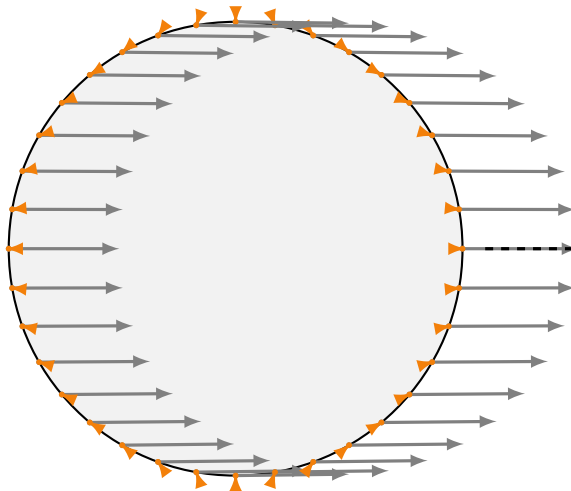
Typy pływów wg Laplace'a

Pływy dobowe i półdobowe

Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

Analiza harmoniczna



## Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk pływowych

## Podstawy matematyczne

### Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

## Potencjał grawitacyjny/ pływowy

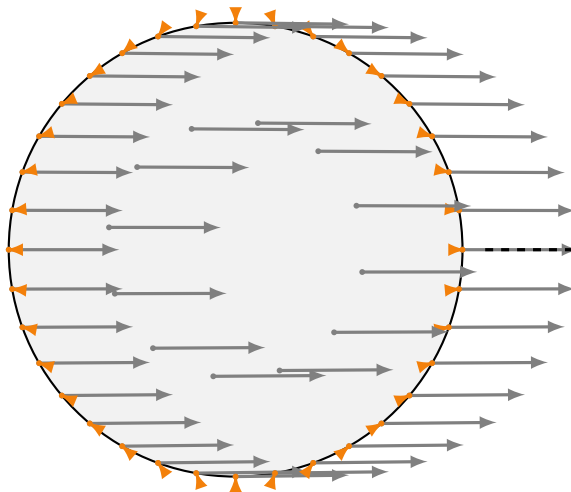
Typy pływów wg Laplace'a

Pływy dobowe i półdobowe

Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

Analiza harmoniczna



## Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk pływowych

## Podstawy matematyczne

**Pole sił pływowych**

Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

## Potencjał grawitacyjny/ pływowy

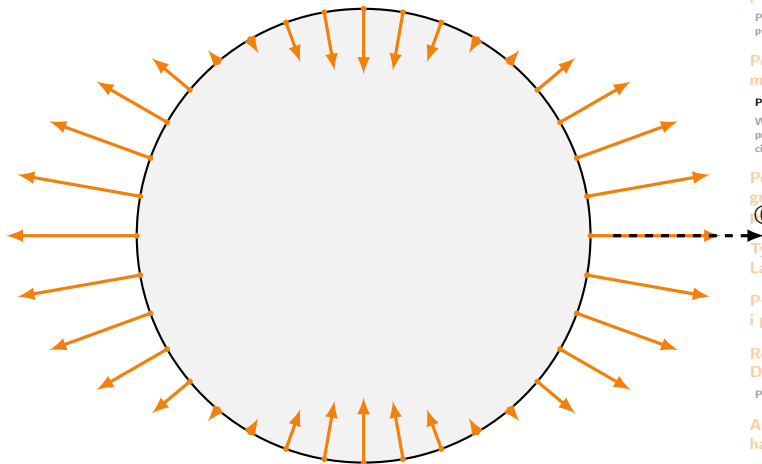
Typy pływów wg Laplace'a

Pływy dobowe i półdobowe

Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

Analiza harmoniczna



## Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk pływowych

## Podstawy matematyczne

### Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

## Potencjał grawitacyjny/ pływowy

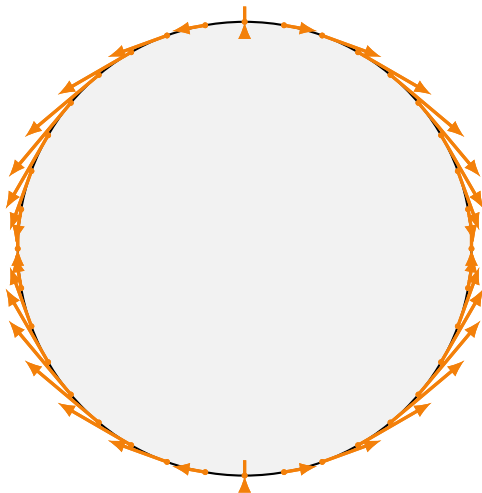
## Typy pływów wg Laplace'a

## Pływy dobowe i półdobowe

## Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

## Analiza harmoniczna



## Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk pływowych

## Podstawy matematyczne

### Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

## Potencjał grawitacyjny/ pływowy

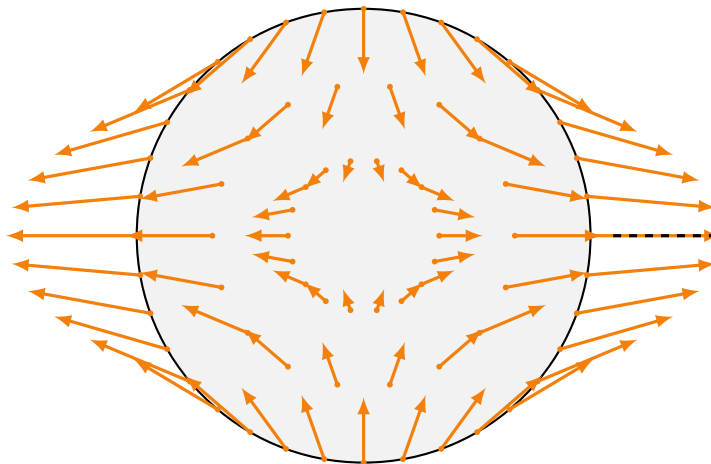
Typy pływów wg Laplace'a

Pływy dobowe i półdobowe

Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

Analiza harmoniczna



## Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk pływowych

## Podstawy matematyczne

### Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

## Potencjał grawitacyjny/ pływowy

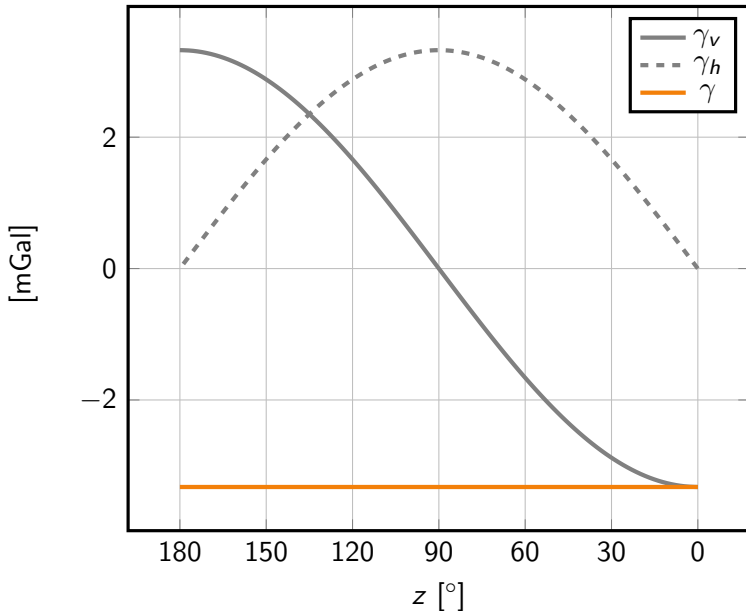
Typy pływów wg Laplace'a

Pływy dobowe i półdobowe

Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

Analiza harmoniczna



### Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk pływowych

### Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

### Potencjał grawitacyjny/ pływowy

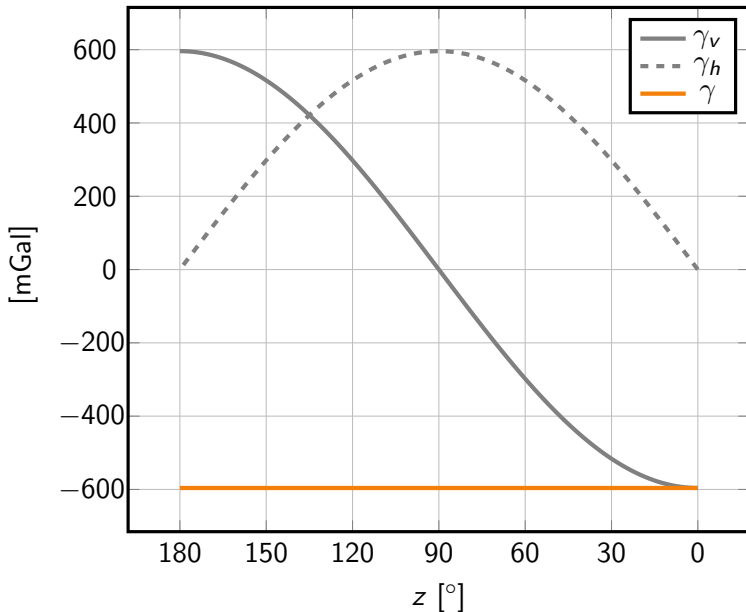
### Typy pływów wg Laplace'a

### Pływy dobowe i półdobowe

### Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

### Analiza harmoniczna



### Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk pływowych

### Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

### Potencjał grawitacyjny/ pływowy

### Typy pływów wg Laplace'a

### Pływy dobowe i półdobowe

### Rozwinięcie Doodsona

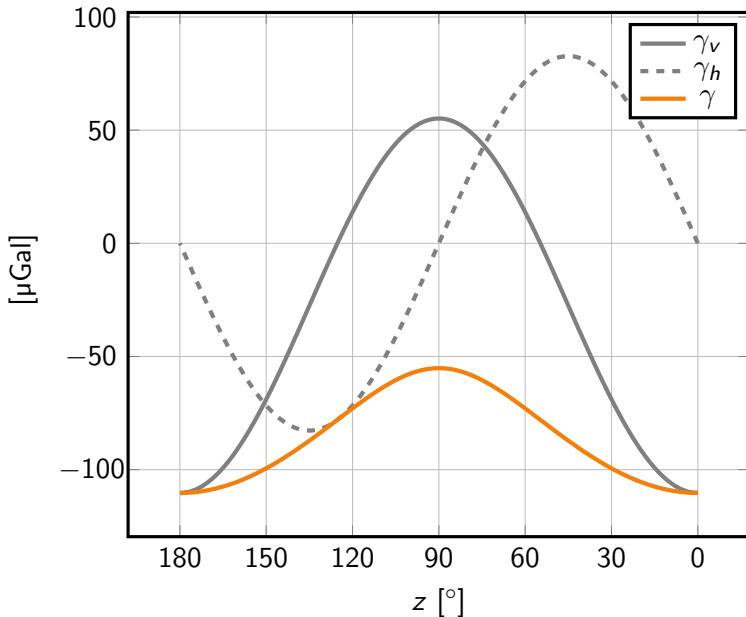
Przykłady fal pływowych

### Analiza harmoniczna



$$\propto (Rr^{-1})^1$$

wykład  
06.11.2015



Czym są zjawiska  
pływowe?

Przykłady zjawisk  
pływowych

Podstawy  
matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian  
przyspieszenia siły  
ciężkości

Potencjał  
grawitacyjny/  
pływowy

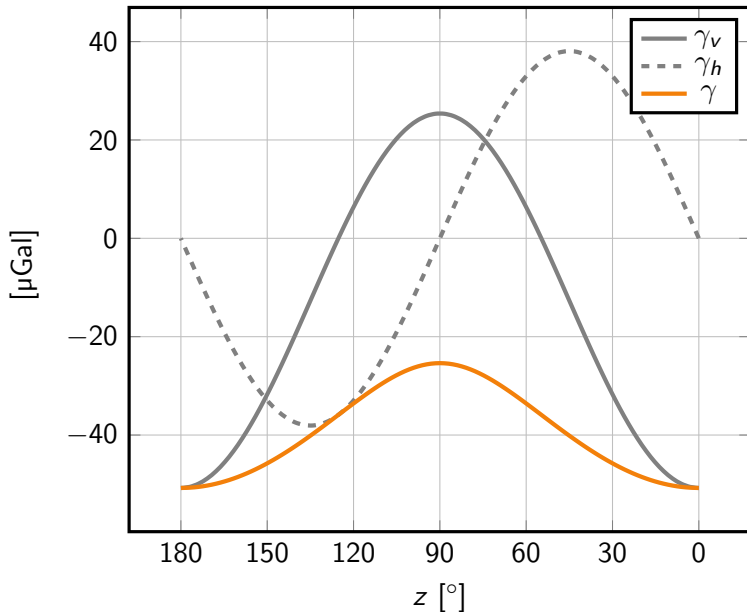
Typy pływów wg  
Laplace'a

Pływy dobowe  
i półdobowe

Rozwinięcie  
Doodsona

Przykłady fal pływowych

Analiza  
harmoniczna



### Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk pływowych

### Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

### Potencjał grawitacyjny/ pływowy

### Typy pływów wg Laplace'a

### Pływy dobowe i półdobowe

### Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

### Analiza harmoniczna

$$V_A = \frac{G \cdot M}{r'}$$

$$\frac{1}{r'} = \frac{1}{r} \cdot \sqrt{1 - 2 \cdot \frac{R}{r} \cos z + \left(\frac{R}{r}\right)^2}$$

$$\frac{1}{r'} = \frac{1}{r} \cdot \left[ 1 + \frac{R}{r} \cos z - \frac{1}{2} \left(\frac{R}{r}\right)^2 + \frac{3}{2} \left(\frac{R}{r}\right)^2 \cos^2 z \dots \right]$$

$$\frac{1}{r'} = \frac{1}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{R}{r}\right)^n P_n(\cos z)$$

### Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk pływowych

### Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych  
Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

### Potencjał grawitacyjny/ pływowy

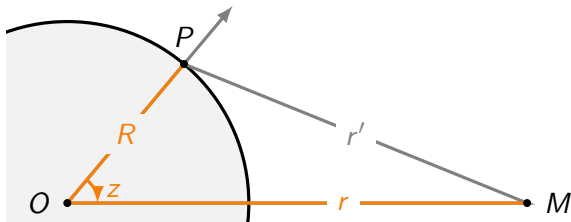
Typy pływów wg Laplace'a

Pływy dobowe i półdobowe

Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

Analiza harmoniczna



$$V_A = \frac{G \cdot M}{r'}$$

$$\frac{1}{r'} = \frac{1}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{R}{r}\right)^n P_n(\cos z)$$

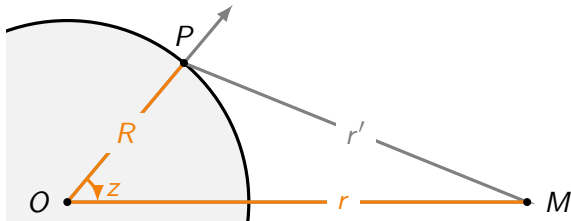
## Wielomiany Legendre'a

$$\blacksquare P_{n+1}(x) = \frac{2n+1}{n+1} x \cdot P_n(x) - \frac{n}{n+1} P_{n-1}(x)$$

wzór rekurencyjny

$$\blacksquare P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - 1)^n$$

wzór Rodriguesa



## Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk pływowych

## Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

## Potencjał grawitacyjny/pływowy

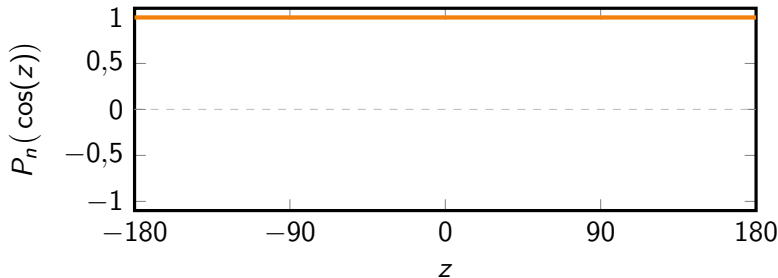
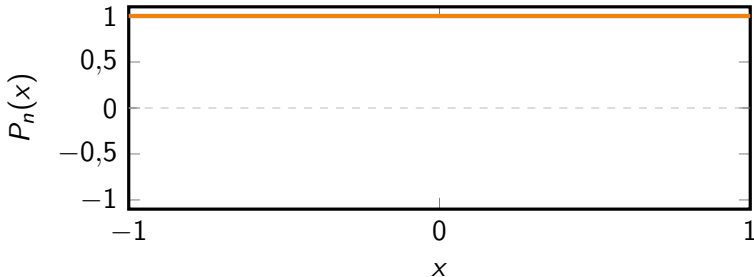
Typy pływów wg Laplace'a

Pływy dobowe i półdobowe

Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

Analiza harmoniczna



### Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk pływowych

### Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

### Potencjał grawitacyjny/ pływowy

Typy pływów wg Laplace'a

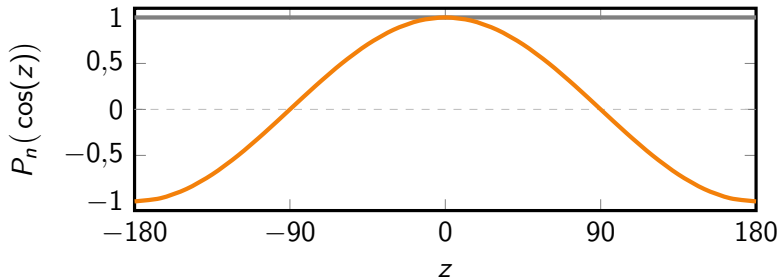
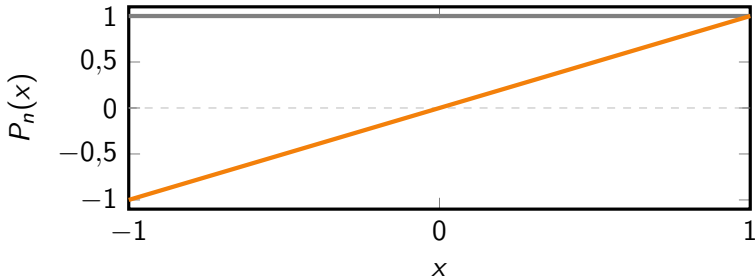
Pływy dobowe i półdobowe

Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

Analiza harmoniczna

$$P_0(x) = 1$$



Czym są zjawiska  
pływowe?

Przykłady zjawisk  
pływowych

Podstawy  
matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian  
przyspieszenia siły  
ciężkości

Potencjał  
grawitacyjny/  
pływowy

Typy pływów wg  
Laplace'a

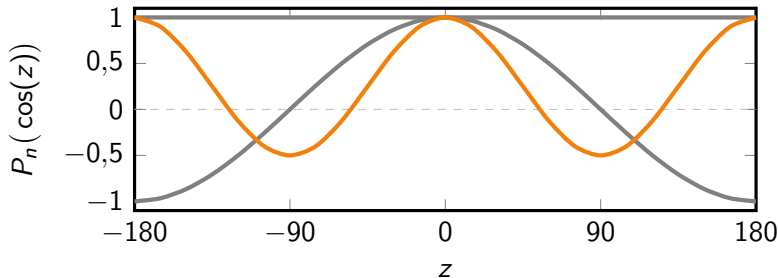
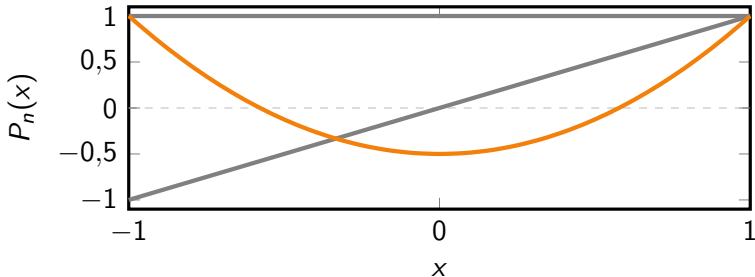
Pływy dobowe  
i półdobowe

Rozwinięcie  
Doodsona

Przykłady fal pływowych

Analiza  
harmoniczna

$$P_1(x) = x$$



Czym są zjawiska  
pływowe?

Przykłady zjawisk  
pływowych

Podstawy  
matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian  
przyspieszenia siły  
ciężkości

Potencjał  
grawitacyjny/  
pływowy

Typy pływów wg  
Laplace'a

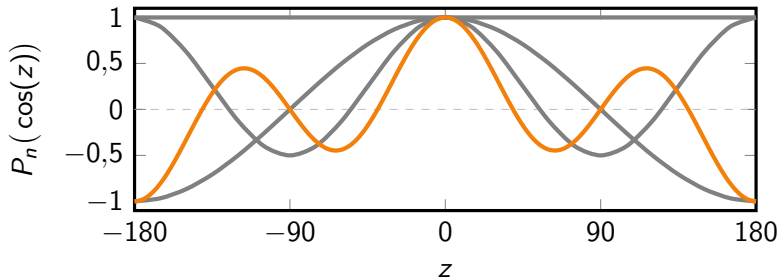
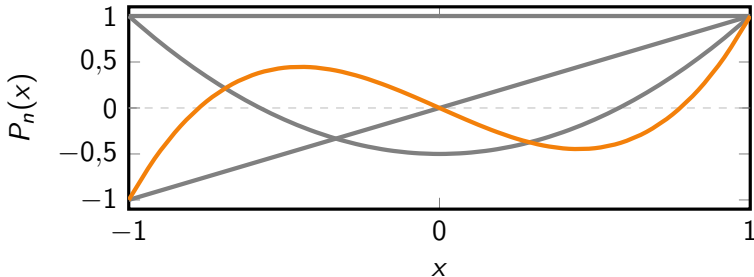
Pływy dobowe  
i półdobowe

Rozwinięcie  
Doodsona

Przykłady fal pływowych

Analiza  
harmoniczna

$$P_2(x) = \frac{3}{2} \cdot x^2 - \frac{1}{2}$$



Czym są zjawiska  
pływowe?

Przykłady zjawisk  
pływowych

Podstawy  
matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian  
przyspieszenia siły  
ciężkości

Potencjał  
grawitacyjny/  
pływowy

Typy pływów wg  
Laplace'a

Pływy dobowe  
i półdobowe

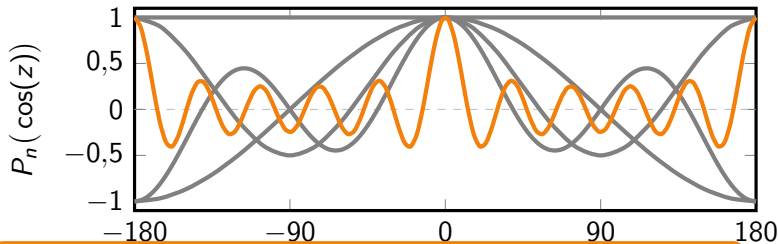
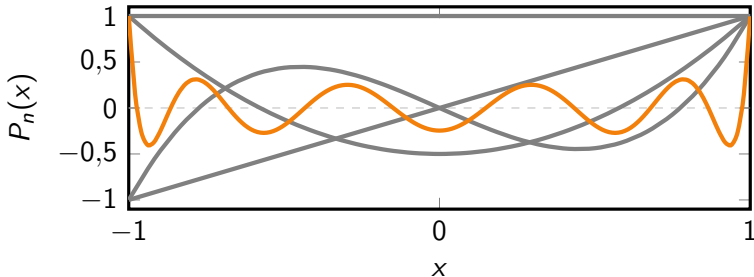
Rozwinięcie  
Doodsona

Przykłady fal pływowych

Analiza  
harmoniczna

$$P_3(x) = \frac{5}{2} \cdot x^3 - \frac{3}{2} \cdot x$$





Czym są zjawiska  
pływowe?

Przykłady zjawisk  
pływowych

Podstawy  
matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian  
przyspieszenia siły  
ciężkości

Potencjał  
grawitacyjny/  
pływowy

Typy pływów wg  
Laplace'a

Pływy dobowe  
i półdobowe

Rozwinięcie  
Doodsona

Przykłady fal pływowych

Analiza  
harmoniczna

$$P_{10}(x) = 1/256 \cdot (46189 \cdot x^{10} - 109395 \cdot x^8 + 90090 \cdot x^6 - 30030 \cdot x^4 + 3465 \cdot x^2 - 63)$$

## Potencjał grawitacyjny

$$V_A = \frac{Gm}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{R}{r}\right)^n P_n(\cos z)$$

$$V_{A0} = \frac{Gm}{r}$$

$$V_{A1} = \frac{Gm R}{r r} \cdot \cos z$$

$$V_{A2} = \frac{Gm R^2}{r r^2} \cdot \left(\frac{3}{2} \cos^2 z - \frac{1}{2}\right)$$

$$V_{A3} = \frac{Gm R^3}{r r^3} \cdot \left(\frac{5}{2} \cos^3 z - \frac{3}{2} \cos z\right)$$

## Potencjał pływowy

$$V_{pA} = \frac{Gm}{r} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{R}{r}\right)^n P_n(\cos z)$$

Czym są zjawiska  
pływowe?

Przykłady zjawisk  
pływowych

Podstawy  
matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian  
przyspieszenia siły  
ciężkości

Potencjał  
grawitacyjny/  
pływowy

Typy pływów wg  
Laplace'a

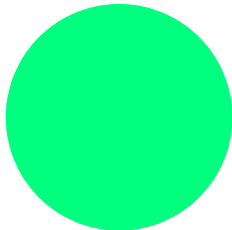
Pływy dobowe  
i półdobowe

Rozwinięcie  
Doodsona

Przykłady fal pływowych

Analiza  
harmoniczna

$n = 0$



$$\zeta 4 \cdot 10^3$$

$$\odot 3 \cdot 10^8$$

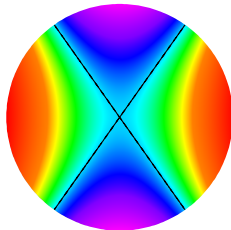
$n = 1$



$$\zeta 6 \cdot 10^1$$

$$\odot 1 \cdot 10^4$$

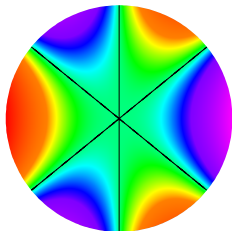
$n = 2$



$$\zeta 1$$

$$\odot 5 \cdot 10^{-1}$$

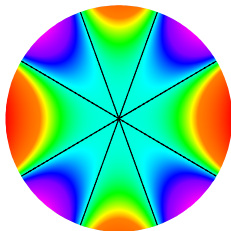
$n = 3$



$$\zeta 2 \cdot 10^{-2}$$

$$\odot 2 \cdot 10^{-5}$$

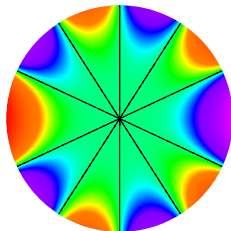
$n = 4$



$$\zeta 3 \cdot 10^{-4}$$

$$\odot 8 \cdot 10^{-10}$$

$n = 5$



$$\zeta 5 \cdot 10^{-6}$$

$$\odot 4 \cdot 10^{-14}$$

wykład  
06.11.2015

Czym są zjawiska  
pływowe?

Przykłady zjawisk  
pływowych

Podstawy  
matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian  
przyspieszenia siły  
ciężkości

Potencjał  
grawitacyjny/  
pływowy

Typy pływów wg  
Laplace'a

Pływy dobowe  
i półdobowe

Rozwinięcie  
Doodsona

Przykłady fal pływowych

Analiza  
harmoniczna

## Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk  
pływowych

## Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian  
przyspieszenia siły  
ciężkości

## Potencjał grawitacyjny/ pływowy

## Typy pływów wg Laplace'a

## Pływy dobowe i półdobowe

## Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

## Analiza harmoniczna

$$V_p = V_{\zeta} + V_{\odot} + v_{\text{♀}} + v_{\text{♃}} + v_{\text{♁}} + \dots$$

$\zeta$	1
$\odot$	0,46
$\text{♀}$	0,00005
$\text{♃}$	0,000006
$\text{♁}$	0,000001

- Zmiana przyspieszenia
- Składowa pozioma
- Pływowe odchylenie pionu
- Zmiana wysokości (pow. ekwipotencjalnej)

### Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk pływowych

### Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

### Potencjał grawitacyjny/ pływowy

### Typy pływów wg Laplace'a

### Pływy dobowe i półdobowe

### Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

### Analiza harmoniczna

■ Zmiana przyspieszenia

$$\delta g = -\frac{\partial V_p}{\partial R} = -\frac{Gm}{r} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{nR^{n-1}}{r^n} P_n(\cos z)$$

■ Składowa pozioma

■ Pływowe odchylenie pionu

■ Zmiana wysokości (pow. ekwipotencjalnej)

Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk pływowych

Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

Potencjał grawitacyjny/ pływowy

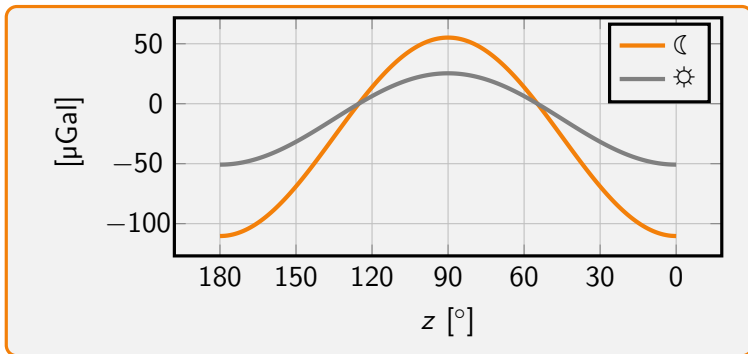
Typy pływów wg Laplace'a

Pływy dobowe i półdobowe

Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

Analiza harmoniczna



- Zmiana przyspieszenia
- Składowa pozioma

$$\delta h = \frac{\partial V_p}{R \partial z} = \frac{Gm}{r} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{R^{n-1}}{r^n} \frac{\partial P_n(\cos z)}{\partial z}$$

- Pływowe odchylenie pionu
- Zmiana wysokości (pow. ekwipotencjalnej)

Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk pływowych

Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

Potencjał grawitacyjny/ pływowy

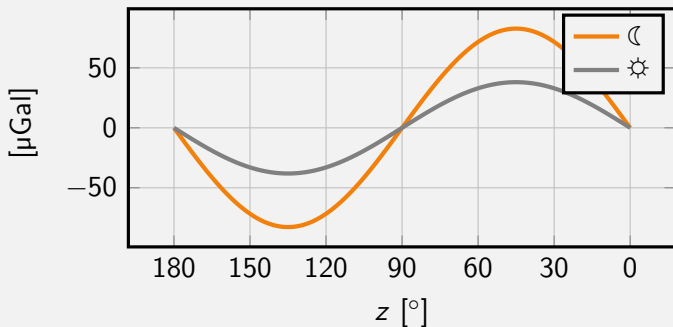
Typy pływów wg Laplace'a

Pływy dobowe i półdobowe

Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

Analiza harmoniczna



- Zmiana przyspieszenia
- Składowa pozioma
- Pływowe odchylenie pionu

$$\delta\vartheta = \frac{\delta h}{g}$$

- Zmiana wysokości (pow. ekwipotencjalnej)

### Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk pływowych

### Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

### Potencjał grawitacyjny/ pływowy

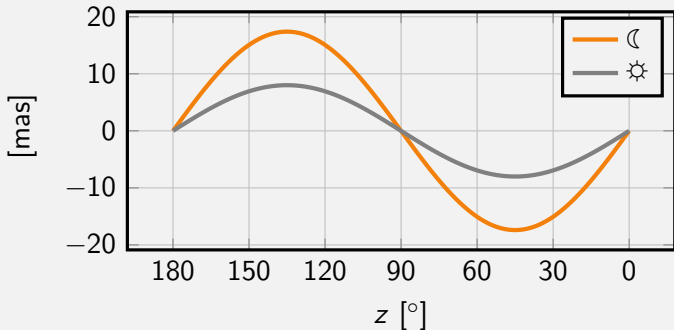
Typy pływów wg Laplace'a

Pływy dobowe i półdobowe

Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

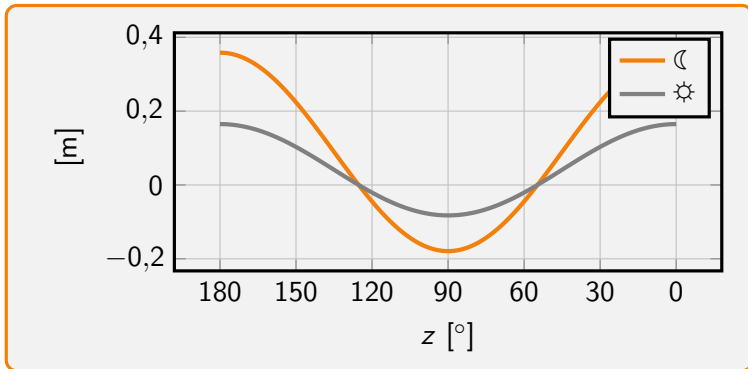
Analiza harmoniczna





- Zmiana przyspieszenia
- Składowa pozioma
- Pływowe odchylenie pionu
- Zmiana wysokości (pow. ekwipotencjalnej)

$$\delta\zeta = \frac{V_2}{g}$$



Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk pływowych

Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

Potencjał grawitacyjny/ pływowy

Typy pływów wg Laplace'a


Pływy dobowe i półdobowe

Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

Analiza harmoniczna

$$\begin{cases} V_2 = \frac{GmR^2}{r^3} \left( \frac{3}{2} \cos^2 z - \frac{1}{2} \right) \\ \cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos(t) \end{cases}$$


$$V_2 = \frac{3}{4} \frac{GmR^2}{r^3} \cdot \left[ 3 \left( \sin^2 \varphi - \frac{1}{3} \right) \left( \sin^2 \delta - \frac{1}{3} \right) \right.$$

$$+ \sin 2\varphi \sin 2\delta \cos t$$

$$\left. + \cos^2 \varphi \cos^2 \delta \cos 2t \right]$$

Czym są zjawiska  
pływowe?

Przykłady zjawisk  
pływowych

Podstawy  
matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian  
przyspieszenia siły  
ciężkości

Potencjał  
grawitacyjny/  
pływowy

Typy pływów wg  
Laplace'a


Pływy dobowe  
i półdobowe

Rozwinięcie  
Doodsona

Przykłady fal pływowych

Analiza  
harmoniczna

$$\begin{cases} V_2 = \frac{GmR^2}{r^3} \left( \frac{3}{2} \cos^2 z - \frac{1}{2} \right) \\ \cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos(t) \end{cases}$$


$$V_2 = \frac{3}{4} \frac{GmR^2}{r^3} \cdot \left[ \boxed{3\left(\sin^2 \varphi - \frac{1}{3}\right)\left(\sin^2 \delta - \frac{1}{3}\right)} \text{ wyraz strefowy} \right. \\ \left. + \sin 2\varphi \sin 2\delta \cos t \right. \\ \left. + \cos^2 \varphi \cos^2 \delta \cos 2t \right]$$

Czym są zjawiska  
pływowe?

Przykłady zjawisk  
pływowych

Podstawy  
matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian  
przyspieszenia siły  
ciężkości

Potencjał  
grawitacyjny/  
pływowy

Typy pływów wg  
Laplace'a


Pływy dobowe  
i półdobowe

Rozwinięcie  
Doodsona

Przykłady fal pływowych

Analiza  
harmoniczna

$$\begin{cases} V_2 = \frac{GmR^2}{r^3} \left( \frac{3}{2} \cos^2 z - \frac{1}{2} \right) \\ \cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos(t) \end{cases}$$


$$V_2 = \frac{3}{4} \frac{GmR^2}{r^3} \cdot \left[ 3 \left( \sin^2 \varphi - \frac{1}{3} \right) \left( \sin^2 \delta - \frac{1}{3} \right) \right.$$

$$\left. + \sin 2\varphi \sin 2\delta \cos t \right]$$

wyraz tesseralny  
pływy dobowe

$$+ \cos^2 \varphi \cos^2 \delta \cos 2t$$

Czym są zjawiska  
pływowe?

Przykłady zjawisk  
pływowych

Podstawy  
matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian  
przyspieszenia siły  
ciężkości

Potencjał  
grawitacyjny/  
pływowy

Typy pływów wg  
Laplace'a


Pływy dobowe  
i półdobowe

Rozwinięcie  
Doodsona

Przykłady fal pływowych

Analiza  
harmoniczna

$$\begin{cases} V_2 = \frac{GmR^2}{r^3} \left( \frac{3}{2} \cos^2 z - \frac{1}{2} \right) \\ \cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos(t) \end{cases}$$


$$V_2 = \frac{3}{4} \frac{GmR^2}{r^3} \cdot \left[ 3 \left( \sin^2 \varphi - \frac{1}{3} \right) \left( \sin^2 \delta - \frac{1}{3} \right) \right.$$

$$\left. + \sin 2\varphi \sin 2\delta \cos t \right.$$

$$\left. + \cos^2 \varphi \cos^2 \delta \cos 2t \right] \text{ wyraz sektorowy pływów pół-dobowe } ]$$

Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk pływowych

Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

Potencjał grawitacyjny/ pływowy

Typy pływów wg Laplace'a

Pływy dobowe i półdobowe

Rozwinięcie Doodsona

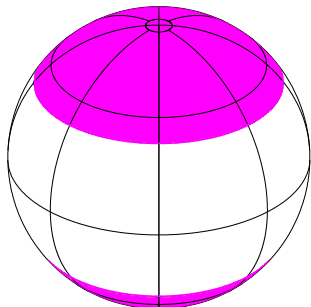
Przykłady fal pływowych

Analiza harmoniczna

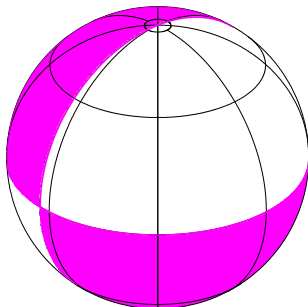
# Znaki poszczególnych wyrazów

wykład  
06.11.2015

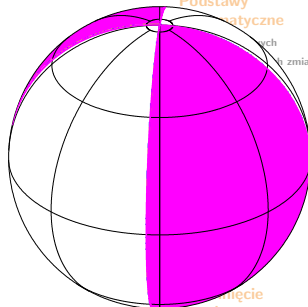
strefowe



tesseralne



sektorowe



Czym są zjawiska  
plywowe?

zjawisk

Podstawy

matyczne

zjawisk

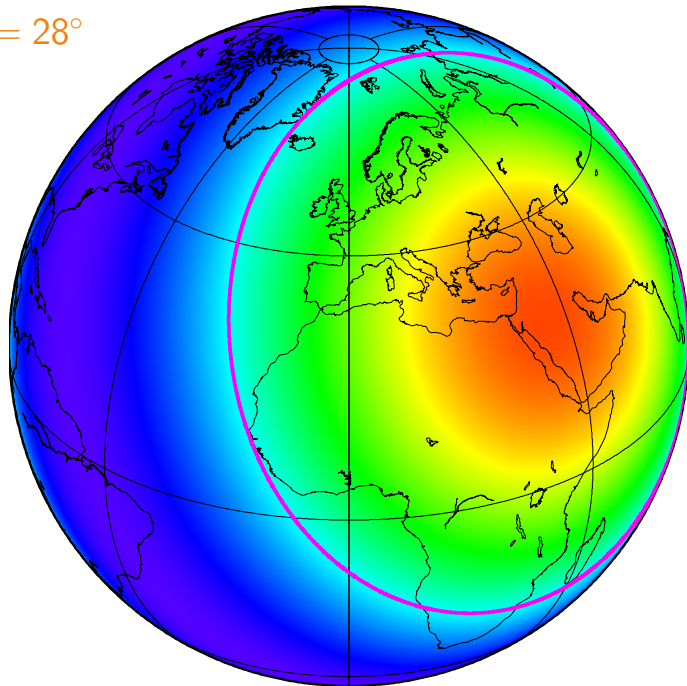
zmian

Przykładzie  
Doodsona

Przykłady fal pływowych

Analiza  
harmoniczna

$$\delta = 28^\circ$$



wykład  
06.11.2015

## Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk  
pływowych

## Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian  
przyspieszenia siły  
ciężkości

## Potencjał grawitacyjny/ pływowy

## Typy pływów wg Laplace'a

## Pływy dobowe i półdobowe

## Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

## Analiza harmoniczna

$$\delta = 28^\circ$$

wykład  
06.11.2015

strefowe

tesseralne

sektorowe

Czym są zjawiska  
pływowe?

zjawisk

h

Podstawy

statyczne

sch

zmian

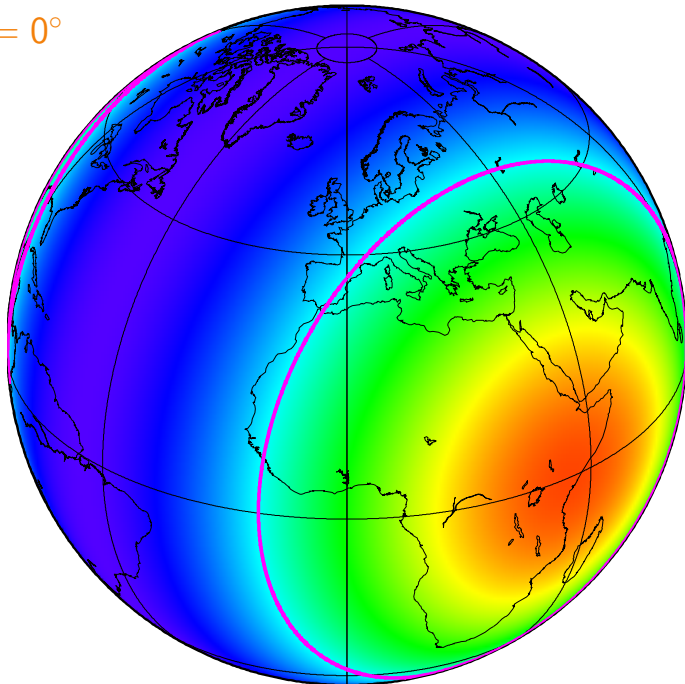
nięcie  
Doodsona

Przykłady fal pływowych

Analiza  
harmoniczna



$$\delta = 0^\circ$$



wykład  
06.11.2015

## Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk pływowych

## Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

## Potencjał grawitacyjny/ pływowy

## Typy pływów wg Laplace'a

## Pływy dobowe i półdobowe

## Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

## Analiza harmoniczna

$$\delta = 0^\circ$$

wykład  
06.11.2015

Czym są zjawiska  
pływowe?

zjawisk  
h  
Podstawy  
statyczne  
wch  
zmian

strefowe

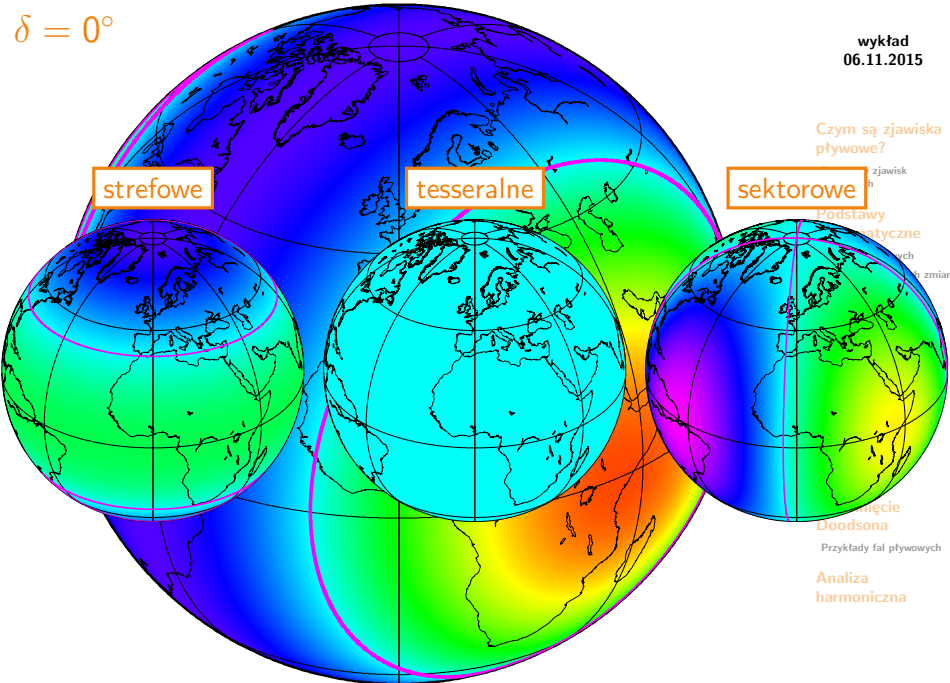
tesseralne

sektorowe

nięcie  
Doodsona

Przykłady fal pływowych

Analiza  
harmoniczna



$$\begin{bmatrix} \delta g \\ \delta h_\varphi \\ \delta h_\lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial V_2}{\partial R} \\ \frac{1}{R} \frac{\partial V_2}{\partial \varphi} \\ \frac{1}{R \cos \varphi} \frac{\partial V_2}{\partial \lambda} \end{bmatrix} = \frac{3}{4} \frac{GmR}{r^3} \cdot$$

$$\begin{bmatrix} -6\left(\frac{1}{3} - \sin^2 \varphi\right)\left(\frac{1}{3} - \sin^2 \delta\right) & -2 \sin 2\varphi \sin 2\delta \cos t & -2 \cos^2 \varphi \cos^2 \delta \cos 2t \\ -3 \sin 2\varphi \left(\frac{1}{3} - \sin^2 \delta\right) & +2 \cos 2\varphi \sin 2\delta \cos t & -\sin 2\varphi \cos^2 \delta \cos 2t \\ & -2 \sin \varphi \sin 2\delta \sin t & -2 \cos \varphi \cos^2 \delta \sin 2t \end{bmatrix}$$

Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk pływowych

Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

Potencjał grawitacyjny/ pływowy

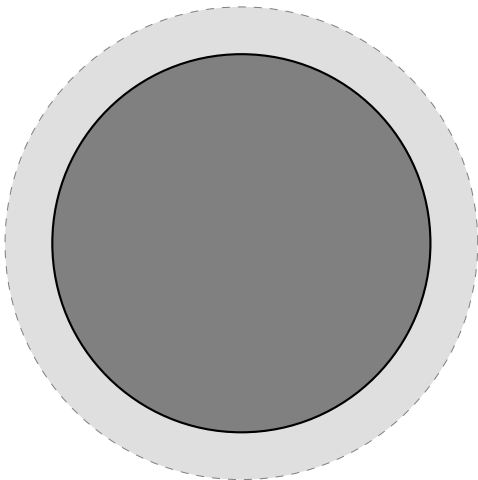
Typy pływów wg Laplace'a

Pływy dobowe i półdobowe

Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

Analiza harmoniczna



## Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk pływowych

## Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

## Potencjał grawitacyjny/ pływowy

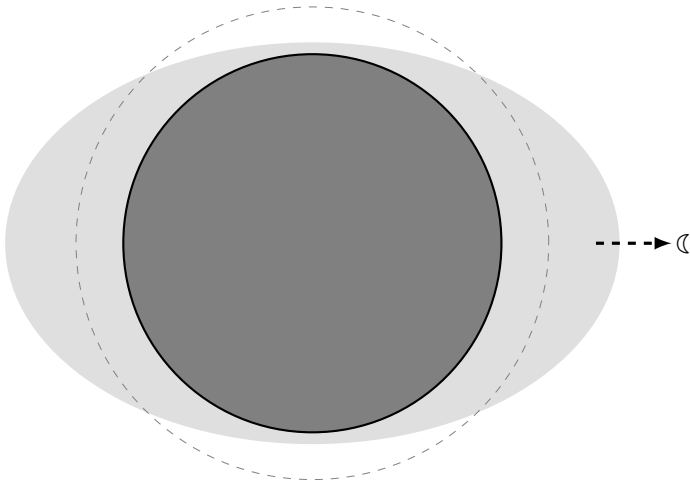
## Typy pływów wg Laplace'a

## Pływy dobowe i półdobowe

## Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

## Analiza harmoniczna



## Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk pływowych

## Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

## Potencjał grawitacyjny/ pływowy

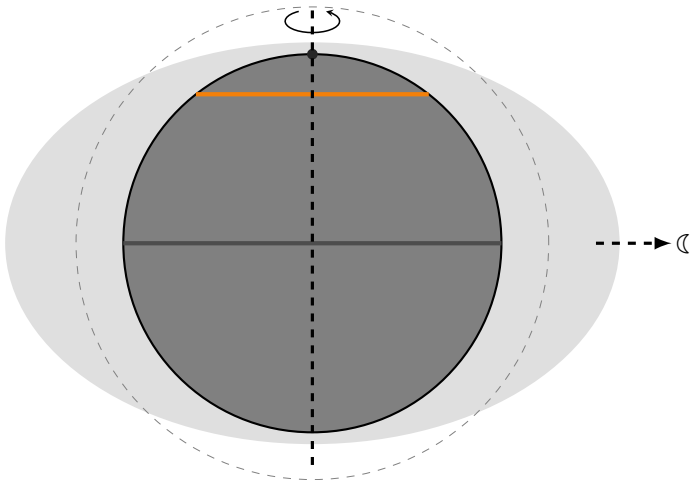
## Typy pływów wg Laplace'a

## Pływy dobowe i półdobowe

## Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

## Analiza harmoniczna



## Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk pływowych

## Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych  
Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

## Potencjał grawitacyjny/ pływowy

## Typy pływów wg Laplace'a

## Pływy dobowe i półdobowe

## Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

## Analiza harmoniczna

## Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk pływowych

## Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych  
Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

## Potencjał grawitacyjny/ pływowy

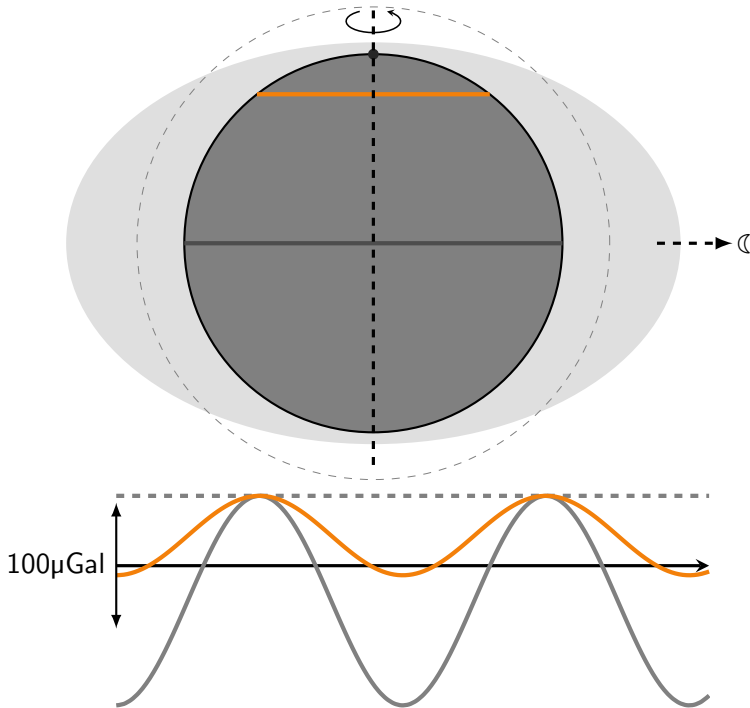
Typy pływów wg Laplace'a

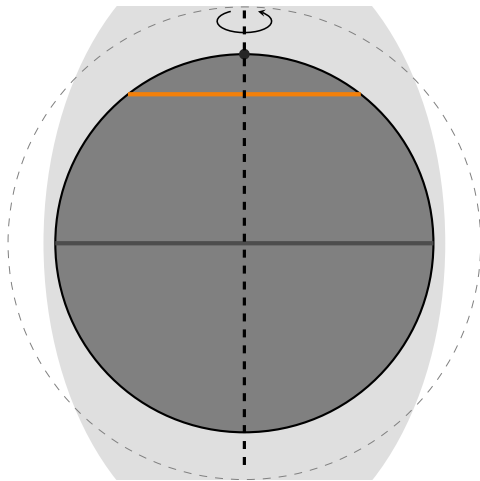
## Pływy dobowe i półdobowe

## Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

## Analiza harmoniczna





100 $\mu$ Gal



## Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk pływowych

## Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych  
Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

## Potencjał grawitacyjny/ pływowy

## Typy pływów wg Laplace'a

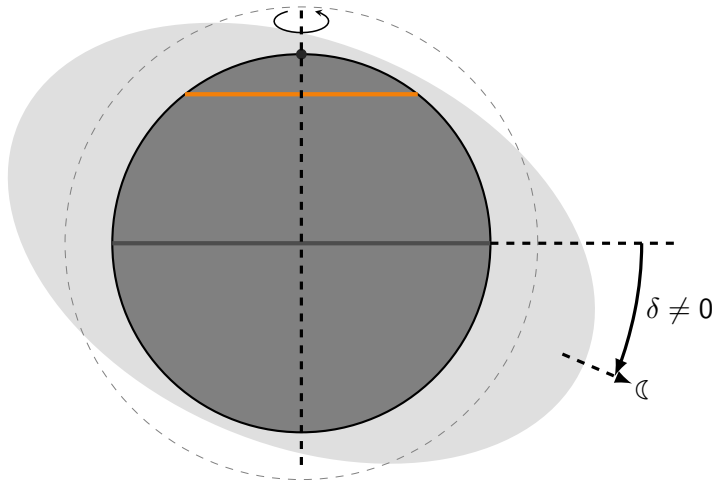
## Pływy dobowe i półdobowe

## Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

## Analiza harmoniczna





### Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk pływowych

### Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych  
Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

### Potencjał grawitacyjny/ pływowy

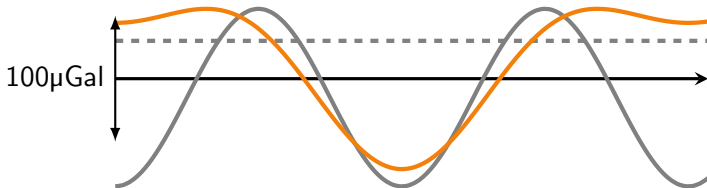
### Typy pływów wg Laplace'a

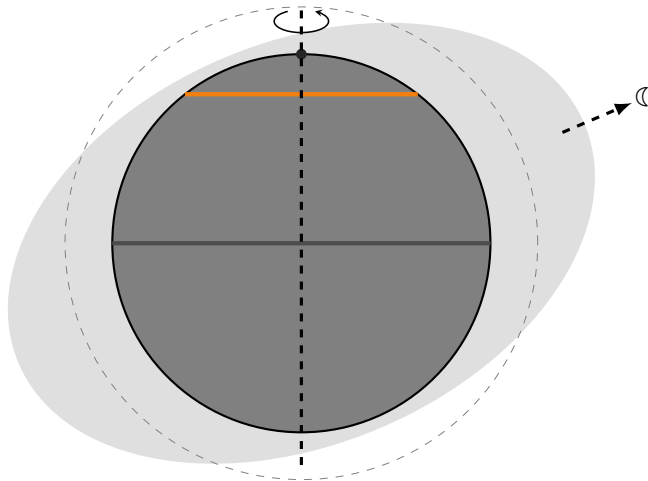
### Pływy dobowe i półdobowe

### Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

### Analiza harmoniczna





## Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk pływowych

## Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

## Potencjał grawitacyjny/ pływowy

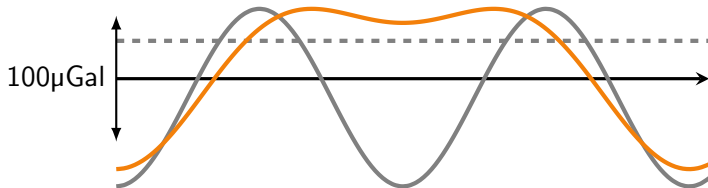
Typy pływów wg Laplace'a

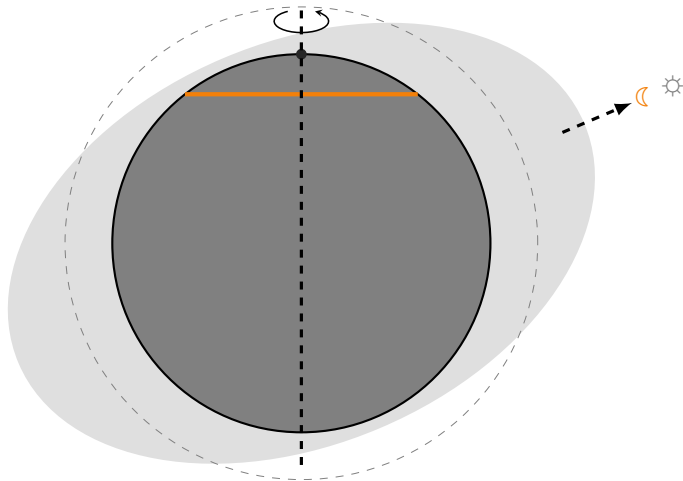
## Pływy dobowe i półdobowe

Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

Analiza harmoniczna





## Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk pływowych

## Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

## Potencjał grawitacyjny/ pływowy

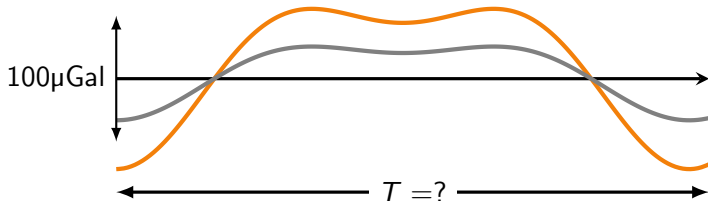
## Typy pływów wg Laplace'a

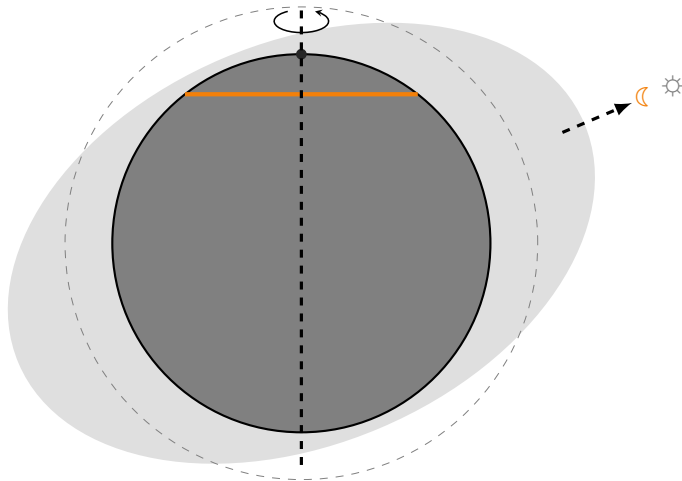
## Pływy dobowe i półdobowe

## Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

## Analiza harmoniczna





## Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk pływowych

## Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

## Potencjał grawitacyjny/ pływowy

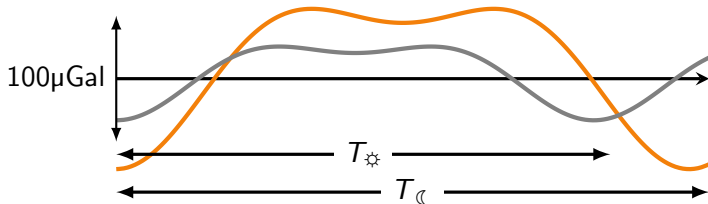
Typy pływów wg Laplace'a

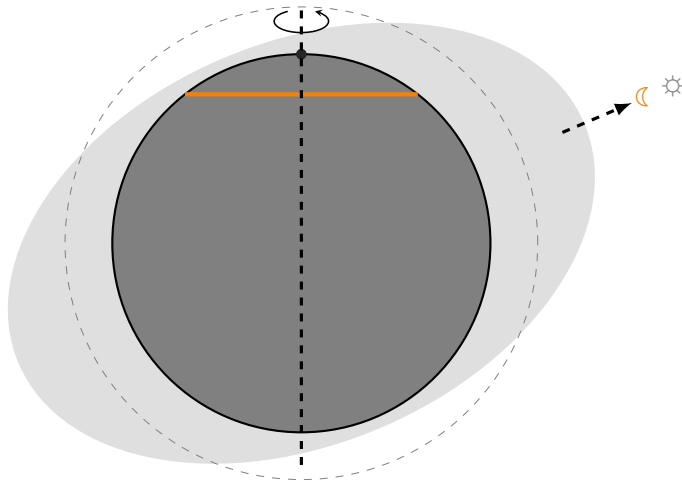
## Pływy dobowe i półdobowe

## Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

## Analiza harmoniczna





## Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk pływowych

## Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

## Potencjał grawitacyjny/ pływowy

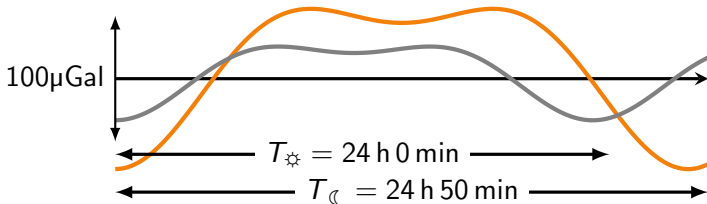
## Typy pływów wg Laplace'a

## Pływy dobowe i półdobowe

## Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

## Analiza harmoniczna



$$V = \frac{Gm}{r} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{R}{r}\right)^n f(\varphi, \delta, t)$$

$$= \sum A(K_{1-6}, R, \varphi) \sin \left\{ (a_1 \dot{\tau} + a_2 \dot{s} + a_3 \dot{h} + a_4 \dot{p} + a_5 \dot{N}' + a_6 \dot{p}_s) t \right\}$$

Czym są zjawiska  
pływowe?

Przykłady zjawisk  
pływowych

Podstawy  
matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian  
przyspieszenia siły

Wzrost siły  
grawitacji /  
pływowy

Typy pływów wg  
Laplace'a

Pływy dobowe  
i półdobowe

Rozwinięcie  
Doodsona

Przykłady fal pływowych

Analiza  
harmoniczna

## Laplace

$$V = \frac{Gm}{r} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{R}{r}\right)^n f(\varphi, \delta, t)$$

## Doodson

$$= \sum A(K_{1-6}, R, \varphi) \sin \left\{ (a_1 \dot{\tau} + a_2 \dot{s} + a_3 \dot{h} + a_4 \dot{p} + a_5 \dot{N}' + a_6 \dot{p}_s) t \right\}$$

$\dot{\tau}$	24,833	h	średni czas księżycowy
$\dot{s}$	27,3	d	średnia długość Księżyca
$\dot{h}$	365,25	d	średnia długość Słońca
$\dot{p}$	8,8	lat	średnia długość perigeum orbity Księżyca
$-\dot{N}$	18,6	lat	średnia długość węzła wstępującego orbity Księżyca
$\dot{p}_s$	20 942	lat	średnia długość perigeum orbity Słońca

Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk pływowych

Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

Wzrost siły grawitacyjnej/pływowej

Typy pływów wg Laplace'a

Pływy dobowe i półdobowe

Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

harmoniczna

# Wykaz 1: fragment katalog potencjału pływowego

2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.00000000	-8695028819.	0.	M050
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.00000000	395037.	0.	
2	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0.00220641	771912590.	0.	
4	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0.00220641	-307251.	0.	
3	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0.00243541	0.	267094.	
2	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0.00441281	-7537749.	0.	
3	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0.00464181	0.	-5631229.	
3	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0.00684822	0.	-868055.	
2	0	0	0	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0.01149003	1177773.	0.	
2	0	0	1	0	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0.03886027	-1177773.	0.	
2	0	0	1	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0.04106668	-136150588.	0.	SA
2	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0.04107060	7066640.	0.	
2	0	0	1	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0.04327309	1177773.	0.	
2	0	0	2	-2	-1	0	0	0	0	0	0	0	0.07064725	588887.	0.	
2	0	0	2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0.07285365	-8597745.	0.	
2	0	0	2	-2	1	0	0	0	0	0	0	0	0.07506006	706664.	0.	
3	0	0	2	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0.07749547	0.	-1068375.	
2	0	0	2	0	0	-2	0	0	0	0	0	0	0.08213336	-3179988.	0.	
2	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.08213728	-856594487.	0.	SSA
2	0	0	2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0.08434369	21435473.	0.	
2	0	0	2	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0.08655009	4711093.	0.	
2	0	0	3	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0.12320396	-49937586.	0.	STA
2	0	0	3	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0.12541037	942219.	0.	
2	0	0	4	0	0	-2	0	0	0	0	0	0	0.16427064	-2002215.	0.	
2	0	1	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0.54658111	63128646.	0.	
3	0	1	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0.54681011	0.	5364135.	
2	0	3	-1	-1	0	1	0	0	0	0	0	0	1.60134107	-3651097.	0.	
3	2	4	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	31.17552851	0.	1148504.	

Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk pływowych

Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

Potencjał grawitacyjny/ pływowy

Typy pływów wg Laplace'a

Pływy dobowe i półdobowe

Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

Analiza harmoniczna



Symbol	Okres	Pochodzenie
Pływy długookresowe		
$M_0$		Stały pływ księżycowy
$S_0$		Stały pływ słoneczny
$S_a$	$365.25^d$	Pływ eliptyczny $S_0$
$S_{sa}$	$182.62^d$	Pływ deklinacyjny $S_0$
$M_m$	$27.55^d$	Pływ eliptyczny $M_0$
$M_f$	$13.66^d$	Pływ deklinacyjny $M_0$
Pływy dobowe		
$O_1$	$25^h49^m$	Główna fala księżycowa
$P_1$	$24^h04^m$	Główna fala słoneczna
$K_1$	$23^h56^m$	Fala deklinacyjna k-s
Pływy pół-dobowe		
$N_2$	$12^h39^m$	Pływ eliptyczny $M_2$
$M_2$	$12^h25^m$	Główna fala księżycowa
$S_2$	$12^h00^m$	Główna fala słoneczna
Pływy ter-dobowe		
$M_3$	$8^h17^m$	Główna fala księżycowa

... i wiele, wiele innych...

wykład  
06.11.2015

Czym są zjawiska  
pływowe?

Przykłady zjawisk  
pływowych

Podstawy  
matematyczne

Pole sił pływowych  
Wartości pływowych zmian  
przyspieszenia siły  
ciężkości

Potencjał  
grawitacyjny/  
pływowy

Typy pływów wg  
Laplace'a

Pływy dobowe  
i półdobowe

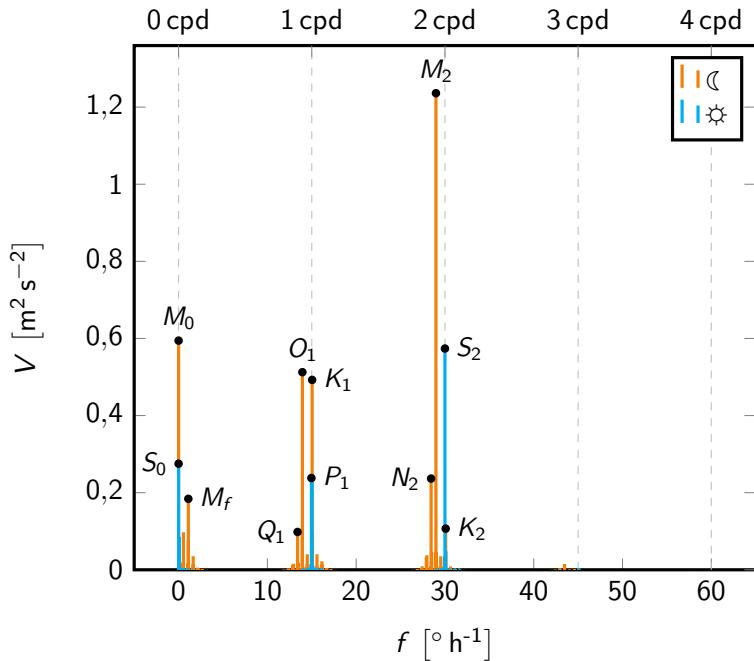
Rozwinięcie  
Doodsona

Przykłady fal pływowych

Analiza  
harmoniczna

# Fale pływowe

wykład  
06.11.2015



Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk pływowych

Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

Potencjał grawitacyjny/ pływowy

Typy pływów wg Laplace'a

Pływy dobowe i półdobowe

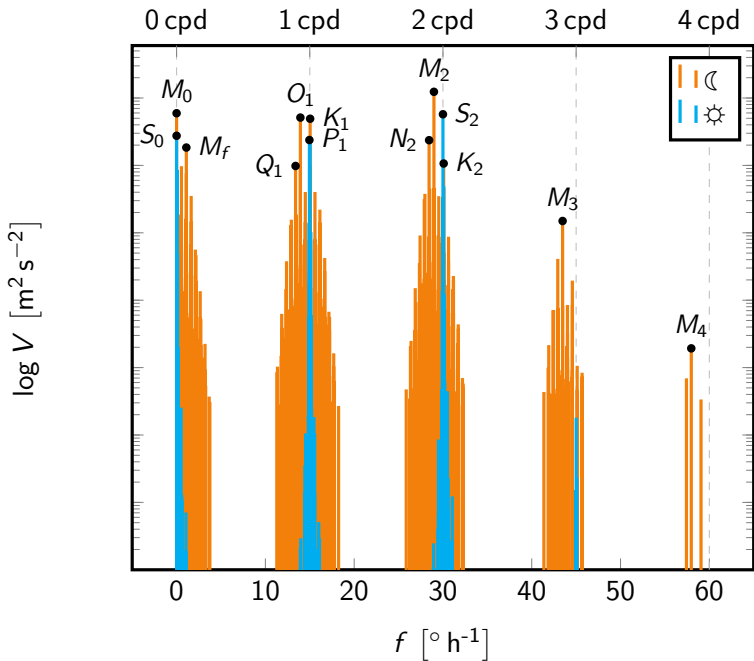
Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

Analiza harmoniczna

# Fale pływowe

wykład  
06.11.2015



Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk pływowych

Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

Potencjał grawitacyjny/ pływowy

Typy pływów wg Laplace'a

Pływy dobowe i półdobowe

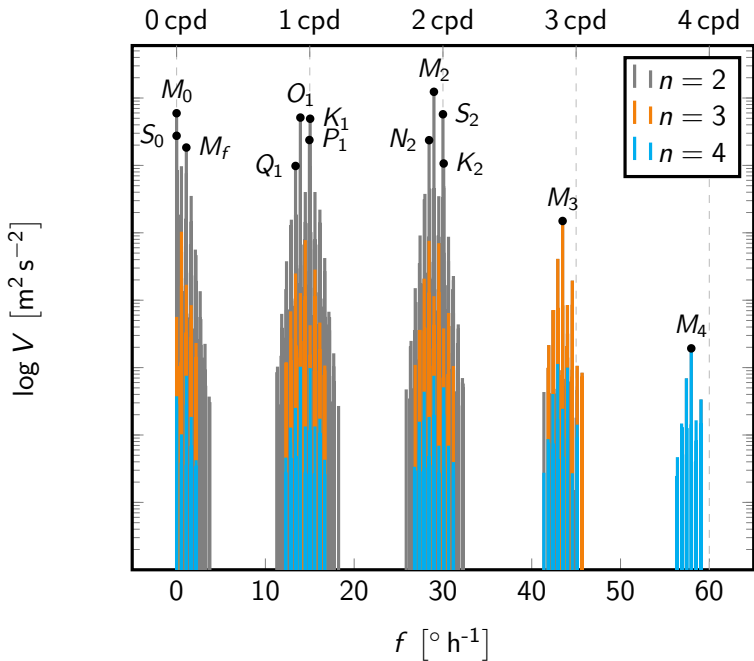
Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

Analiza harmoniczna

# Fale pływowe

wykład  
06.11.2015



Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk pływowych

Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

Potencjał grawitacyjny/ pływowy

Typy pływów wg Laplace'a

Pływy dobowe i półdobowe

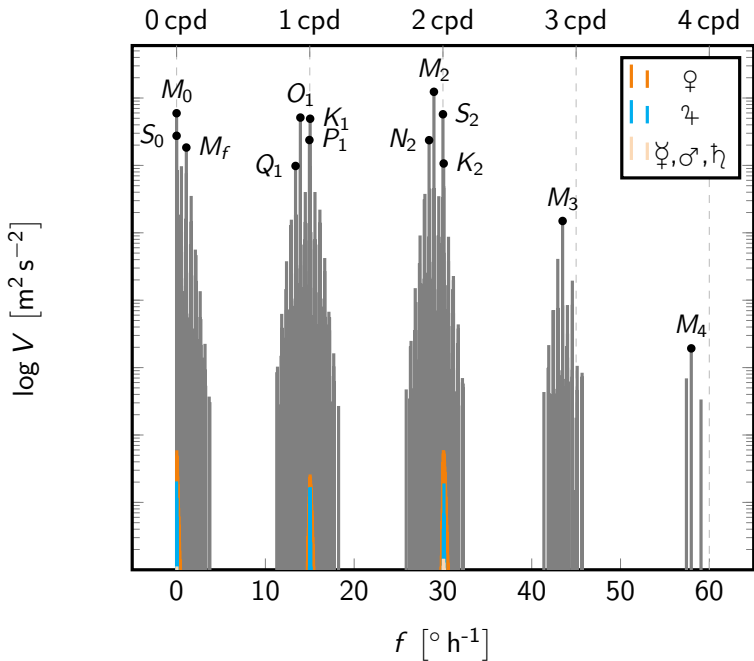
Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

Analiza harmoniczna

# Fale pływowe

wykład  
06.11.2015



Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk pływowych

Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

Potencjał grawitacyjny/ pływowy

Typy pływów wg Laplace'a

Pływy dobowe i półdobowe

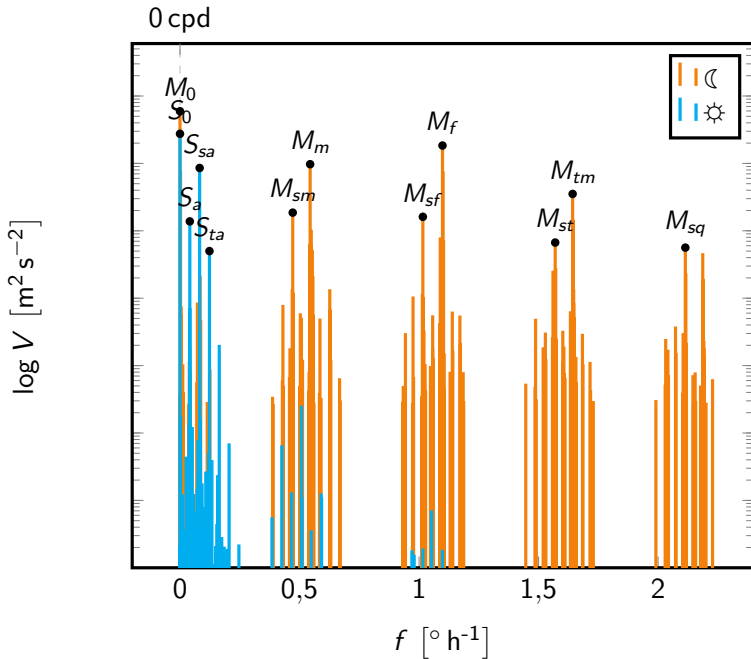
Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

Analiza harmoniczna

# Fale pływowe

wykład  
06.11.2015



Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk pływowych

Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych  
Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

Potencjał grawitacyjny/ pływowy

Typy pływów wg Laplace'a

Pływy dobowe i półdobowe

Rozwinięcie Doodsona

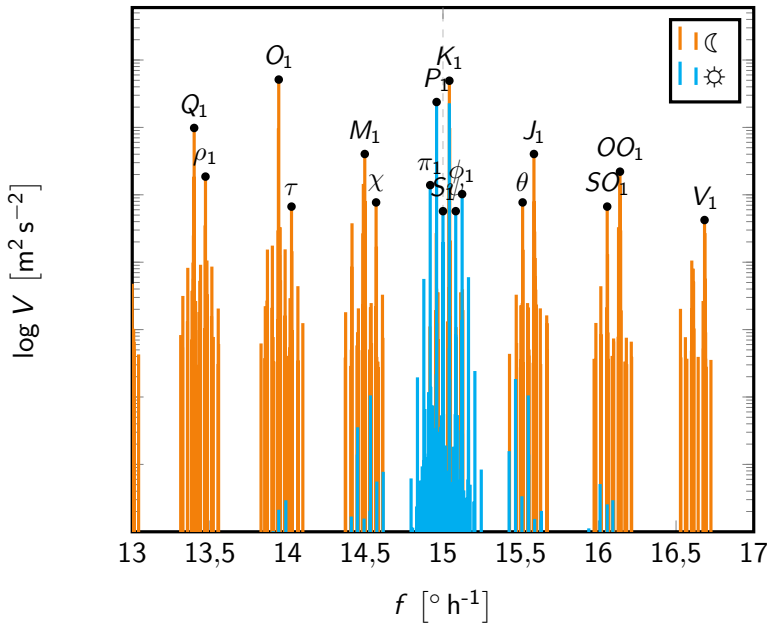
Przykłady fal pływowych

Analiza harmoniczna

# Fale pływowe

1 cpd

wykład  
06.11.2015



Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk pływowych

Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych  
Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

Potencjał grawitacyjny/ pływowy

Typy pływów wg Laplace'a

Pływy dobowe i półdobowe

Rozwinięcie Doodsona

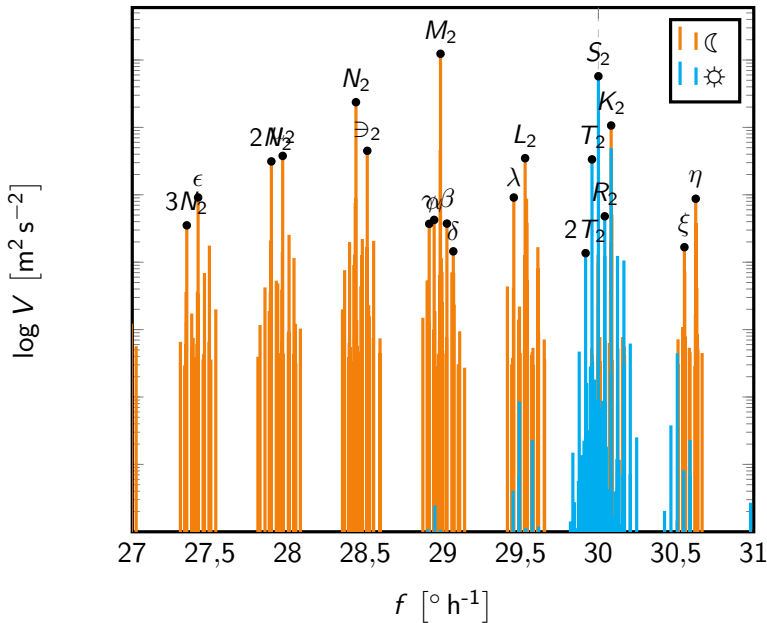
Przykłady fal pływowych

Analiza harmoniczna

# Fale pływowe

2 cpd

wykład  
06.11.2015



Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk pływowych

Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych  
Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

Potencjał grawitacyjny/ pływowy

Typy pływów wg Laplace'a

Pływy dobowe i półdobowe

Rozwinięcie Doodsona

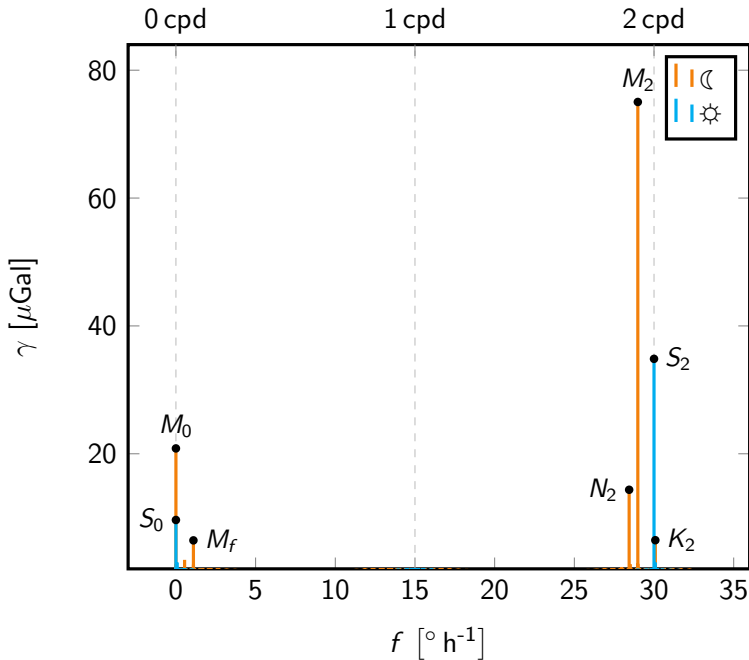
Przykłady fal pływowych

Analiza harmoniczna



# Fale pływowe – $\varphi = 0^\circ$

wykład  
06.11.2015



Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk pływowych

Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych  
Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

Potencjał grawitacyjny/ pływowy

Typy pływów wg Laplace'a

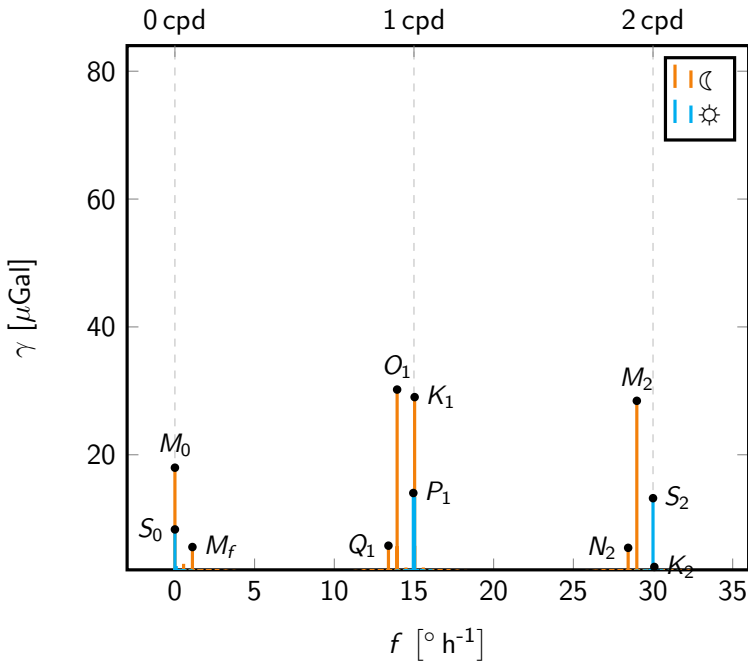
Pływy dobowe i półdobowe

Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

Analiza harmoniczna

# Fale pływowe – $\varphi = 52^\circ$



wykład  
06.11.2015

Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk pływowych

Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych  
Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

Potencjał grawitacyjny/ pływowy

Typy pływów wg Laplace'a

Pływy dobowe i półdobowe

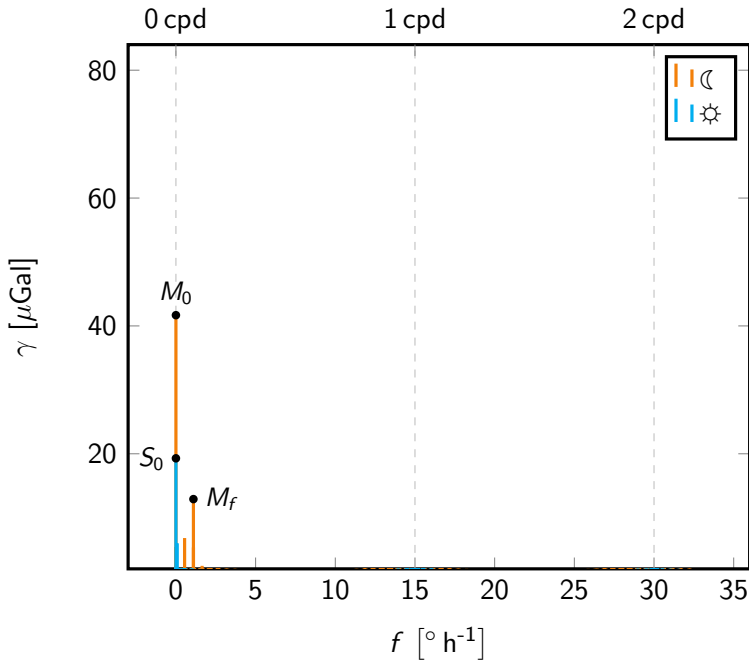
Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

Analiza harmoniczna

# Fale pływowe – $\varphi = 90^\circ$

wykład  
06.11.2015



Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk pływowych

Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych  
Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

Potencjał grawitacyjny/ pływowy

Typy pływów wg Laplace'a

Pływy dobowe i półdobowe

Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

Analiza harmoniczna

—————  $M_2$

### Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk pływowych

### Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych  
Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

### Potencjał grawitacyjny/ pływowy

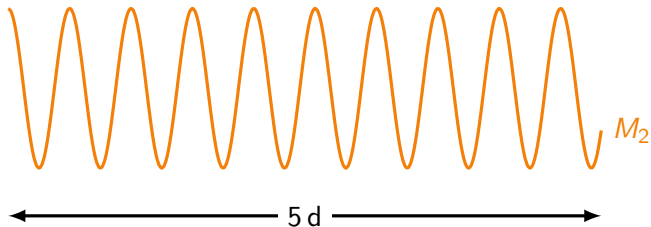
### Typy pływów wg Laplace'a

### Pływy dobowe i półdobowe

### Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

### Analiza harmoniczna



\_\_\_\_\_  $S_2$

### Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk pływowych

### Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych  
Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

### Potencjał grawitacyjny/ pływowy

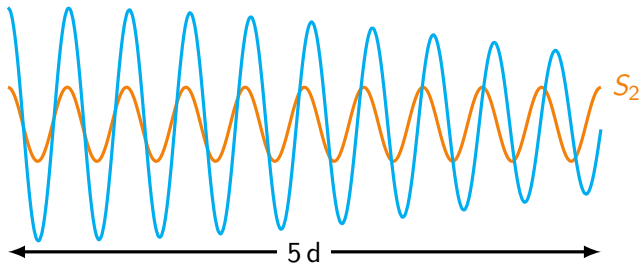
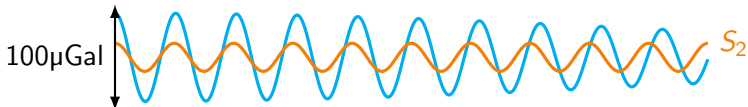
### Typy pływów wg Laplace'a

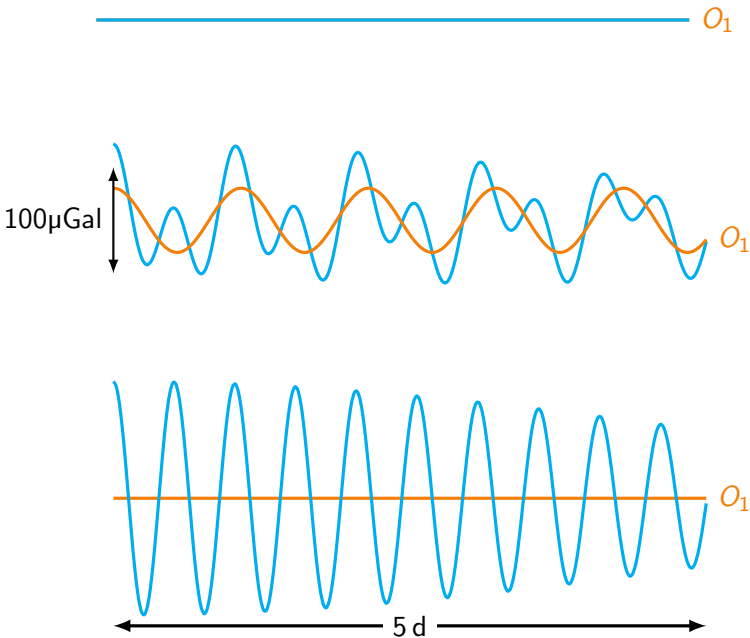
### Pływy dobowe i półdobowe

### Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

### Analiza harmoniczna





### Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk pływowych

### Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych  
Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

### Potencjał grawitacyjny/ pływowy

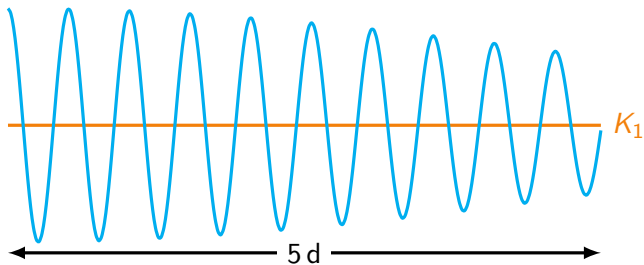
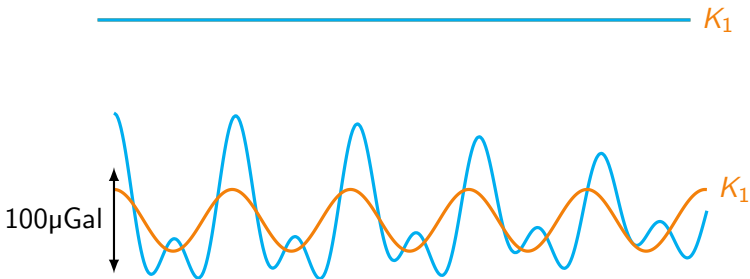
### Typy pływów wg Laplace'a

### Pływy dobowe i półdobowe

### Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

### Analiza harmoniczna



### Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk pływowych

### Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych  
Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

### Potencjał grawitacyjny/ pływowy

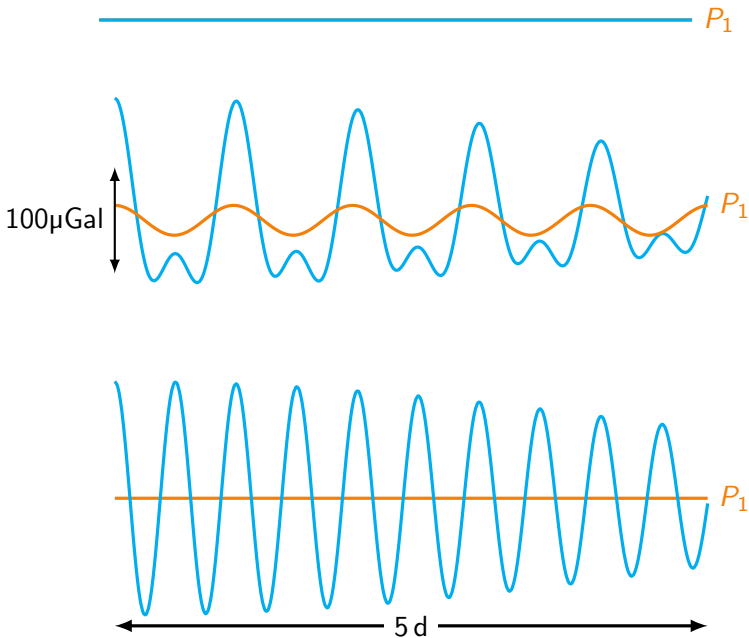
### Typy pływów wg Laplace'a

### Pływy dobowe i półdobowe

### Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

### Analiza harmoniczna



### Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk pływowych

### Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych  
Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

### Potencjał grawitacyjny/ pływowy

### Typy pływów wg Laplace'a

### Pływy dobowe i półdobowe

### Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

### Analiza harmoniczna



## Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk pływowych

## Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych  
Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

## Potencjał grawitacyjny/ pływowy

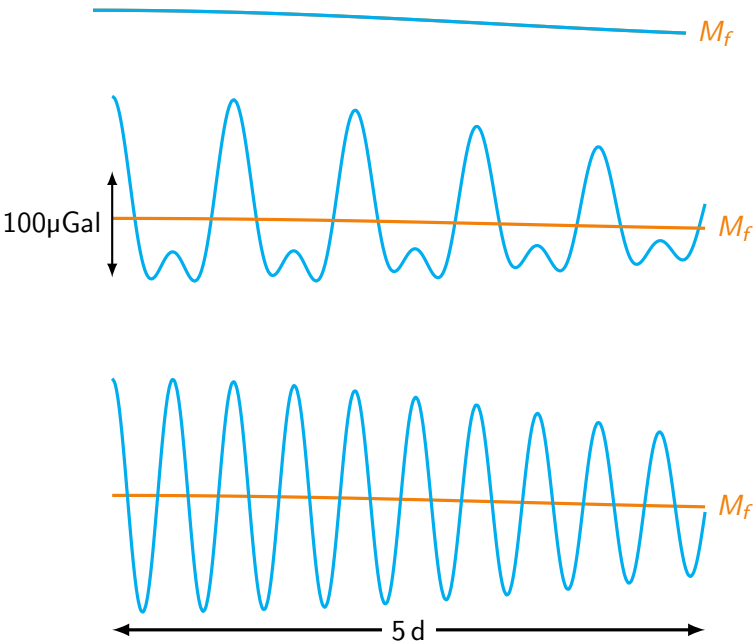
## Typy pływów wg Laplace'a

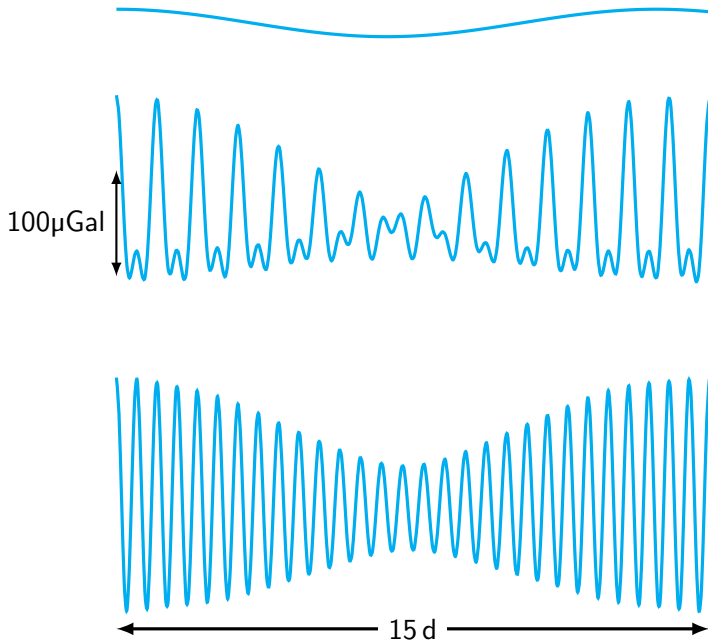
## Pływy dobowe i półdobowe

## Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

## Analiza harmoniczna





### Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk pływowych

### Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych  
Wartości pływowych zmian przyspieszenia siły ciężkości

### Potencjał grawitacyjny/ pływowy

### Typy pływów wg Laplace'a

### Pływy dobowe i półdobowe

### Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

### Analiza harmoniczna

## Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk  
pływowych

## Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych  
Wartości pływowych zmian  
przyspieszenia siły  
ciężkości

## Potencjał grawitacyjny/ pływowy

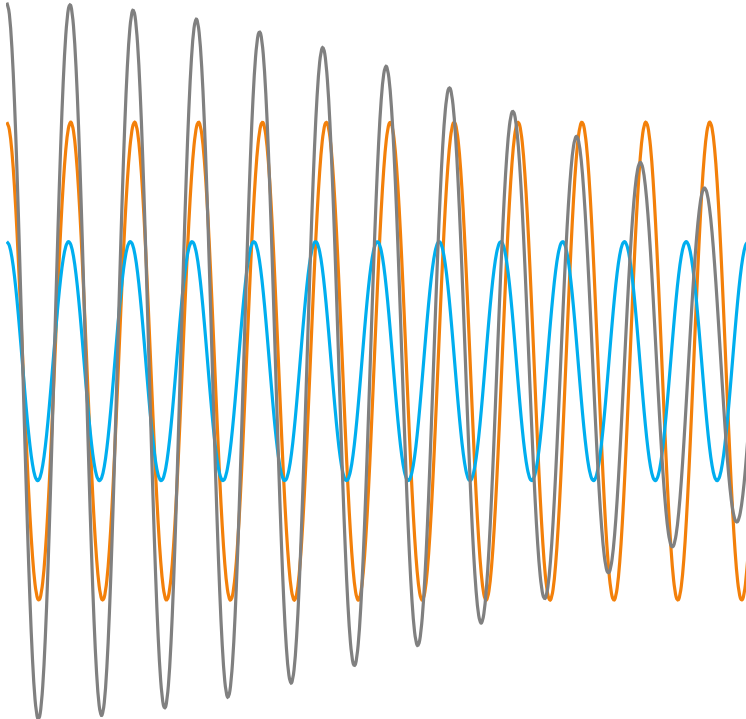
Typy pływów wg  
Laplace'a

Pływy dobowe  
i półdobowe

Rozwinięcie  
Doodsona

Przykłady fal pływowych

**Analiza  
harmoniczna**



## Czym są zjawiska pływowe?

Przykłady zjawisk  
pływowych

## Podstawy matematyczne

Pole sił pływowych  
Wartości pływowych zmian  
przyspieszenia siły  
ciężkości

## Potencjał grawitacyjny/ pływowy

## Typy pływów wg Laplace'a

## Pływy dobowe i półdobowe

## Rozwinięcie Doodsona

Przykłady fal pływowych

## Analiza harmoniczna