

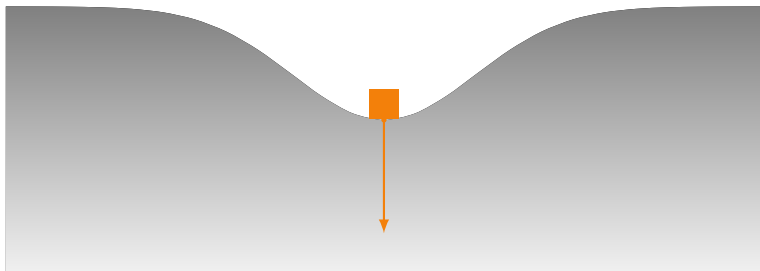
# Deformacje skorupy Ziemskiej

wersja z 6 listopada 2015



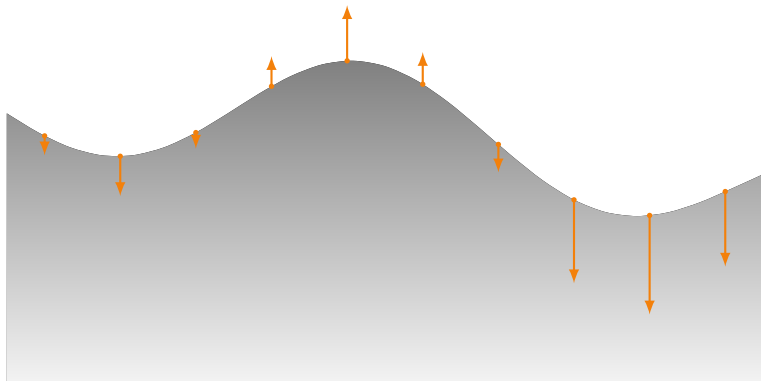
Skorupa jest elastyczna!

Deformacje  
skorupy Ziemskiej



Skorupa jest elastyczna!

Deformacje  
skorupy Ziemskej



a) Obliczyć deformacje Ziemi (składowe  $h$ ,  $n$ ,  $e$ ) w punkcie o zadanych współrzędnych  $\varphi = 52^{\circ}0'0''$  i  $\lambda = 21^{\circ}0'0''$ .

Armia niemiecka	Armia Czerwona		kg
900 000	1 336 000	żołnierzy	80
10 000	19 100	moździerzy	200
2700	3444	czołgów	30 000
2500	2900	samolotów	10 000
			<hr/>
			$\Sigma$ 423 020 000
			$\times$ 1 000
			$\Sigma$ 423 020 000 000

## F. Greena

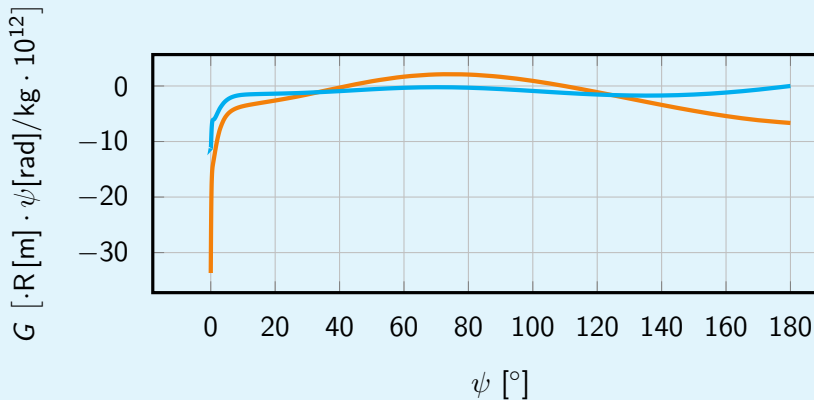
Deformacje  
skorupy Ziemskiej

$\psi$ [°]	$G_r$	$G_h$
0,0001	-33,640	-11,250
0,001	-33,560	-11,250
0,01	-32,750	-11,240
0,02	-31,860	-11,210
0,03	-30,980	-11,160
0,04	-30,120	-11,090
0,06	-28,440	-10,900
0,08	-26,870	-10,650
0,1	-25,410	-10,360
0,16	-21,800	-9,368
0,2	-20,020	-8,723
0,25	-18,360	-8,024
0,3	-17,180	-7,467
0,4	-15,710	-6,725
0,5	-14,910	-6,333
0,6	-14,410	-6,150
0,8	-13,690	-6,050
1	-13,010	-5,997

## F. Greena

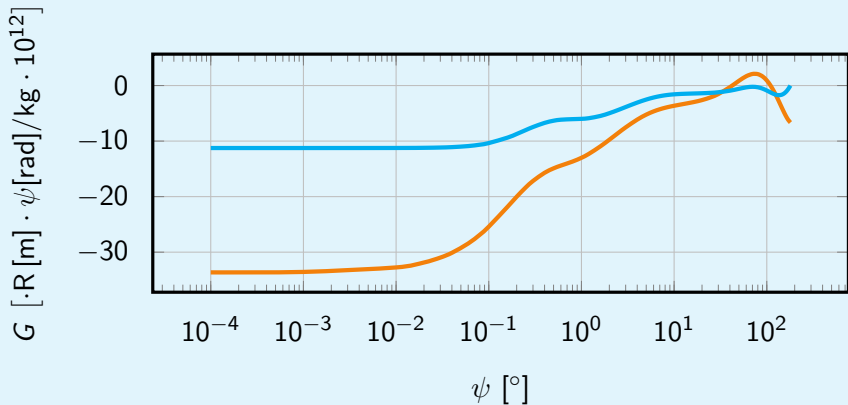
Deformacje  
skorupy Ziemskiej

$\psi$ [°]	$G_r$	$G_h$
0,0001	-33,640	-11,250
0,001	-33,560	-11,250
0,01	-32,750	-11,240
0,02	-31,860	-11,210
0,03	30,080	11,160



## F. Greena

$\psi$ [°]	$G_r$	$G_h$
0,0001	-33,640	-11,250
0,001	-33,560	-11,250
0,01	-32,750	-11,240
0,02	-31,860	-11,210





## F. Greena

$\psi$ [°]	$G_r$	$G_h$
0,0001	-33,640	-11,250
0,001	-33,560	-11,250
0,01	-32,750	-11,240
0,02	-31,860	-11,210
0,03	-30,980	-11,160
0,04	-30,120	-11,090
0,06	-28,440	-10,900
0,08	-26,870	-10,650
0,1	-25,410	-10,360
0,16	-21,800	-9,368

$$G_r = \frac{a}{m} \cdot \sum_1^{\infty} h'_n \cdot P_n(\cos \psi)$$

$$G_h = \frac{a}{m} \cdot \sum_1^{\infty} l'_n \cdot \frac{\partial P_n(\cos \psi)}{\partial \psi} \cdot (-\cos \alpha, -\sin \alpha)$$

## F. Greena

---

Deformacje  
skorupy Ziemskiej

$\psi$ [°]	$G_r$	$G_h$
1,2	-12,310	-5,881
1,6	-10,950	-5,475
2	-9,757	-4,981
2,5	-8,519	-4,388
3	-7,533	-3,868
4	-6,131	-3,068
5	-5,237	-2,523
6	-4,660	-2,156
7	-4,272	-1,915
8	-3,999	-1,754
9	-3,798	-1,649
10	-3,640	-1,582
12	-3,392	-1,504
16	-2,999	-1,435
20	-2,619	-1,386
25	-2,103	-1,312
30	-1,530	-1,211
40	-0,292	-0,926

---

$\psi [^\circ]$	$G_r$	$G_h$
50	0,848	-0,592
60	1,676	-0,326
70	2,083	-0,223
80	2,057	-0,310
90	1,643	-0,555
100	0,920	-0,894
110	-0,025	-1,247
120	-1,112	-1,537
130	-2,261	-1,706
140	-3,405	-1,713
150	-4,476	-1,540
160	-5,414	-1,182
170	-6,161	-0,657
180	-6,663	0,000

---

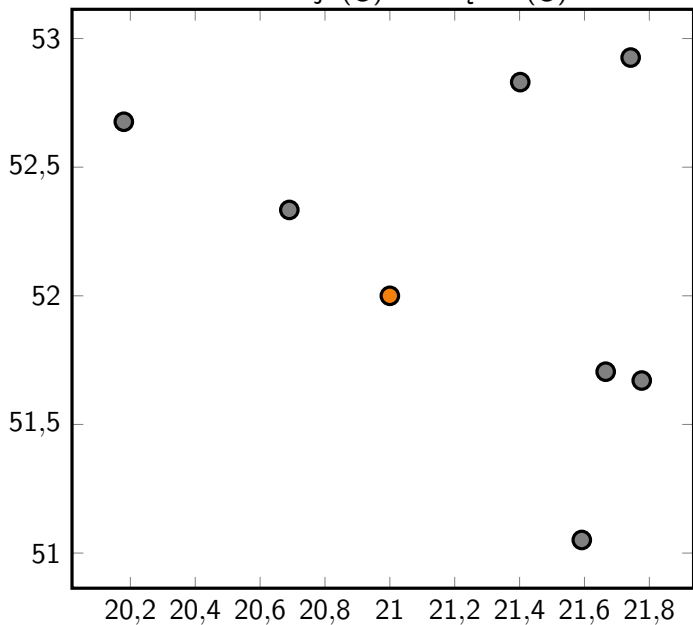
## ■ Dane do zadania

Wykaz 1: Dane do zadania

# nr	fi [st dz]	la [st dz]	masa [kg]
0	51.05096	21.59173	140244588354.7
0	51.70503	21.66539	57311123728.4
0	52.33383	20.69009	9492365582.8
0	52.92611	21.74237	173396225370.8
0	52.67658	20.17984	18645485853.6
0	51.67071	21.77657	7696839740.8
0	52.83065	21.40196	16233374696.9

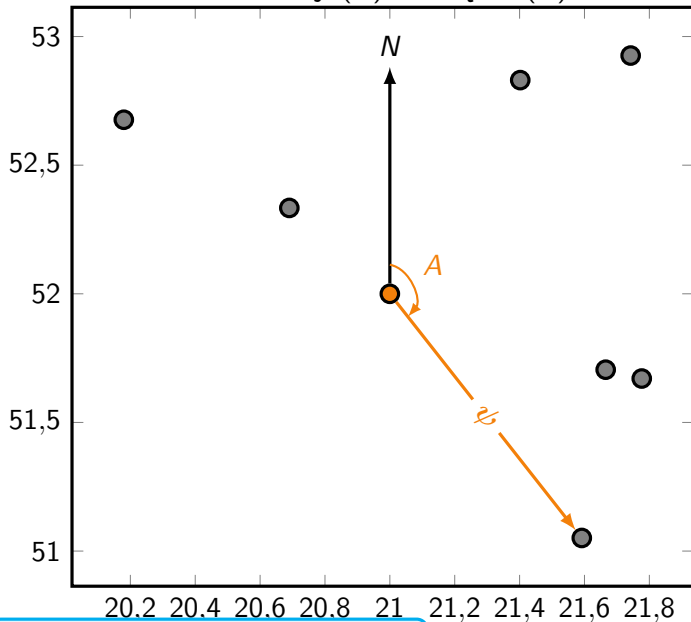
(indywidualne dane do zadania na końcu prezentacji)

■ Rozmieszczenie stacji (●) i obciążeń (●).



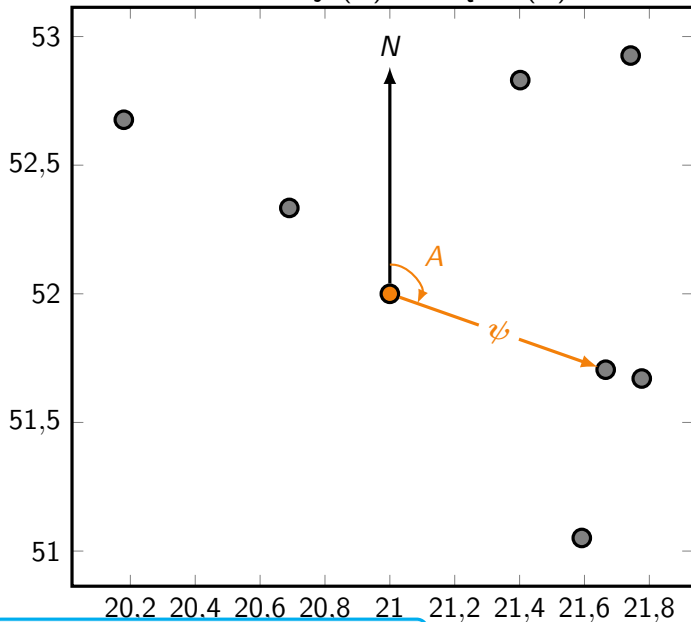
Deformacje  
skorupy Ziemskiej

■ Rozmieszczenie stacji (●) i obciążeń (●).

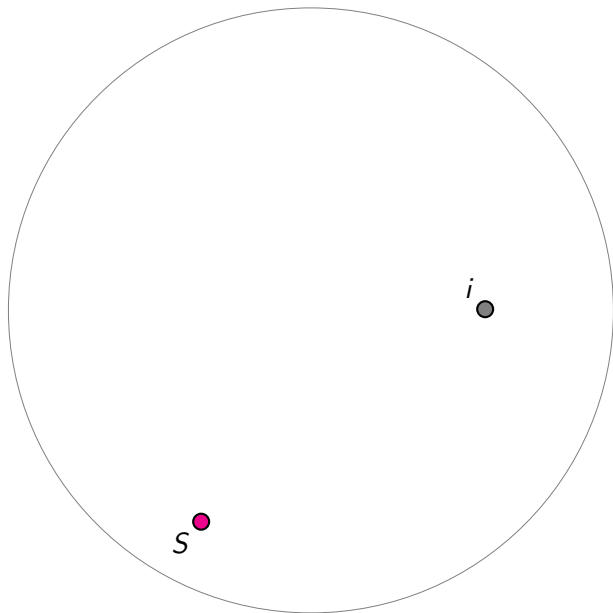


Z wzorów trygonometrii sferycznej

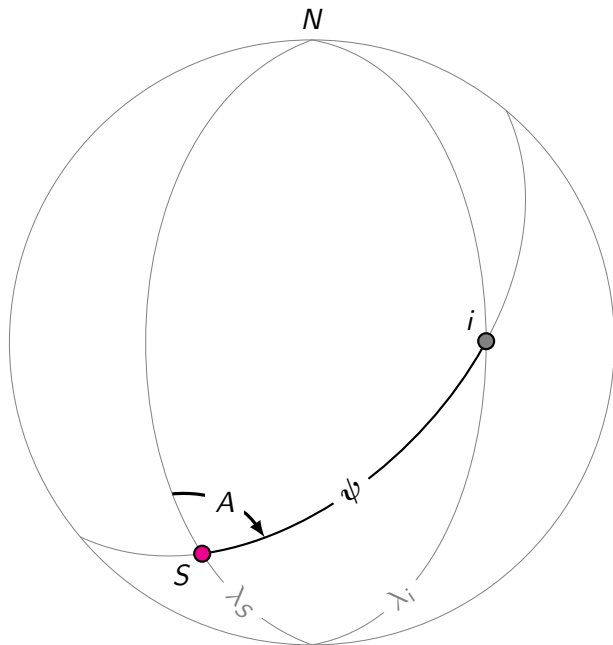
■ Rozmieszczenie stacji (●) i obciążeń (●).

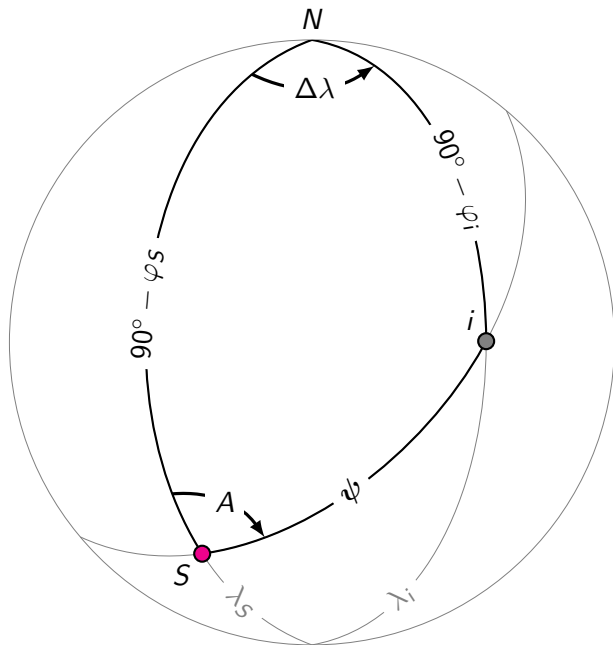


Z wzorów trygonometrii sferycznej









$N$

$$\psi = 2 \arcsin \left( \sqrt{\sin^2 \left( \frac{\Delta\varphi}{2} \right) + \cos \varphi_S \cos \varphi_i \sin^2 \left( \frac{\Delta\lambda}{2} \right)} \right)$$

lub

$$\psi = \arccos \left( \sin \varphi_S \sin \varphi_i + \cos \varphi_S \cos \varphi_i \cos \Delta\lambda \right)$$

---


$$A = \arctg \left( \frac{\cos(\varphi_S) \cos(\varphi_i) \sin(\Delta\lambda)}{\sin(\varphi_S) - \cos(\psi) \sin(\varphi_i)} \right)$$

lub

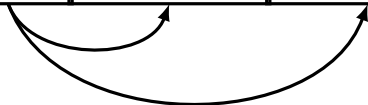
$$A = \arcsin \left( \frac{\cos \varphi_i \cdot \sin \Delta\lambda}{\sin \psi} \right)$$

$\varphi$ [°]	$\lambda$ [°]
51,05096	21,59173
51,70503	21,66539
52,33383	20,69009
52,92611	21,74237
52,67658	20,17984
51,67071	21,77657
52,83065	21,40196

$\varphi$ [°]	$\lambda$ [°]	$\psi$ [°]	$A$ [°]
51,05096	21,59173	1,01794	158,56554
51,70503	21,66539	0,50589	125,40438
52,33383	20,69009	0,38415	330,46451
52,92611	21,74237	1,03065	25,73679
52,67658	20,17984	0,84194	323,79812
51,67071	21,77657	0,58197	124,15296
52,83065	21,40196	0,86607	16,28505



$\psi [^\circ]$	$G_r [\cdot 10^{12} \cdot \psi \cdot R]$	$G_h [\cdot 10^{12} \cdot \psi \cdot R]$
1,01794	-12,94773	-5,98955
0,50589	-14,87475	-6,31759
0,38415	-15,88518	-6,81493
1,03065	-12,90351	-5,98392
0,84194	-13,54979	-6,04192
0,58197	-14,48793	-6,17260
0,86607	-13,46849	-6,03682



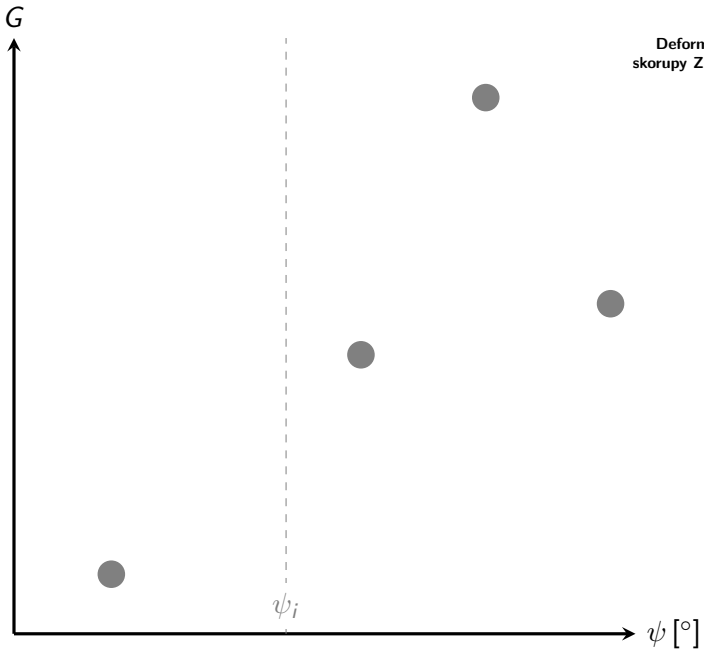
$M$ [kg]	$A$ [°]	$G_r$ [ $\cdot 10^{12} \cdot \psi \cdot R$ ]	$G_h$ [ $\cdot 10^{12} \cdot \psi \cdot R$ ]
140 244 600 000	158,56554	-12,94773	-5,98955
57 311 120 000	125,40438	-14,87475	-6,31759
9 492 366 000	330,46451	-15,88518	-6,81493
173 396 200 000	25,73679	-12,90351	-5,98392
18 645 490 000	323,79812	-13,54979	-6,04192
7 696 840 000	124,15296	-14,48793	-6,17260
16 233 370 000	16,28505	-13,46849	-6,03682

$$\Delta r = \sum_{i=1}^n G_{r_i} \cdot M_i \quad \Delta h_{n,e} = \sum_{i=1}^n G_{h_i} \cdot M_i \cdot \begin{Bmatrix} -\cos A \\ -\sin A \end{Bmatrix}$$

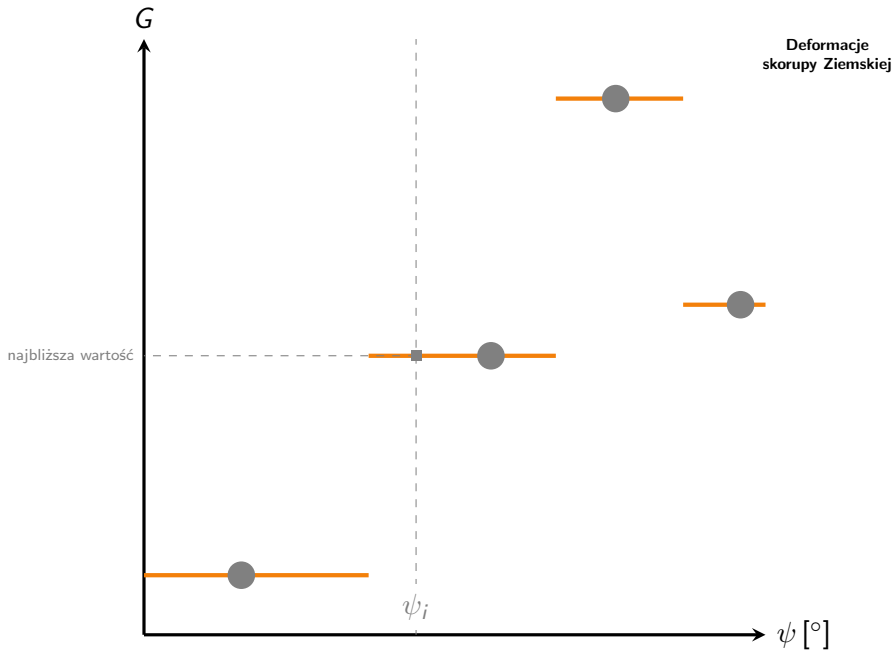
Do przemyślenia

- interpolacja funkcji Greena?
- Czy rozwiązanie na płaszczyźnie jest możliwe?

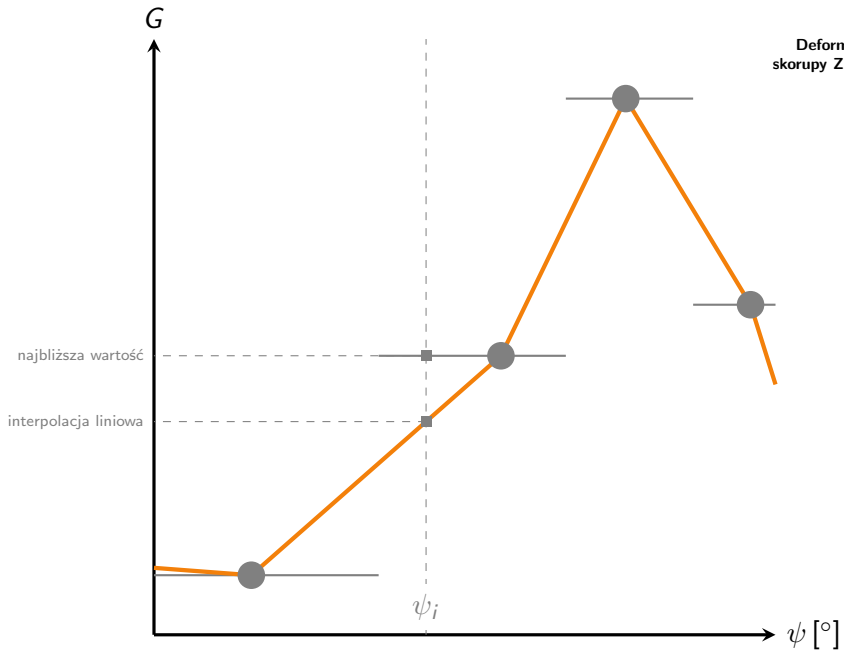




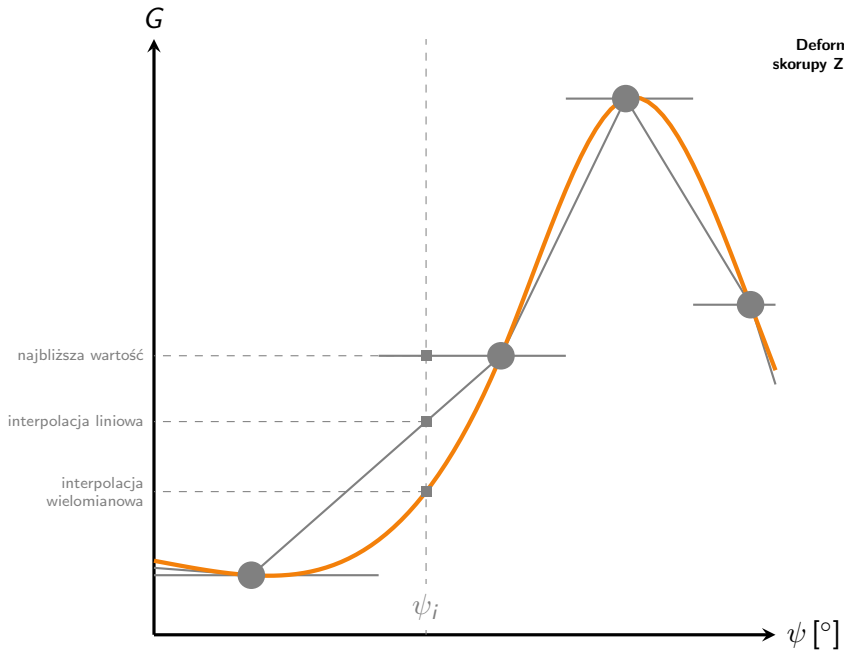
Deformacje  
skorupy Ziemskiej



Deformacje skorupy Ziemskiej



# Deformacje skorupy Ziemskiej



# Cześć ponadprogramowa

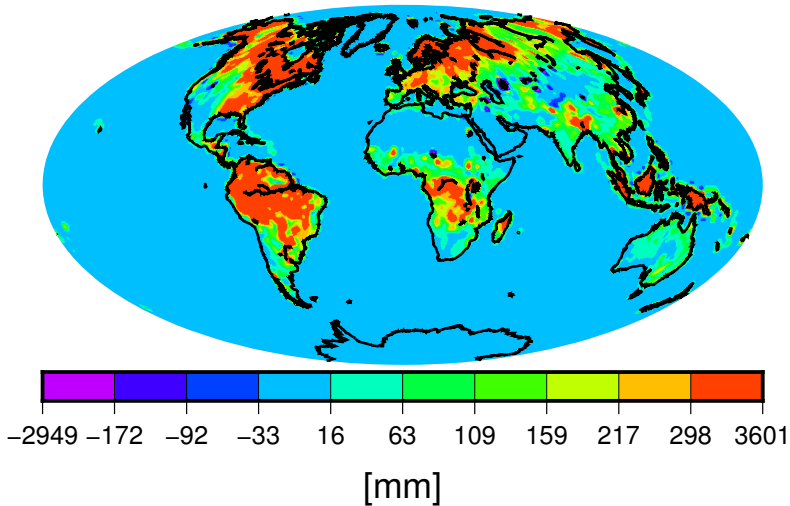
Deformacje  
skorupy Ziemskiej

Zadanie dodatkowe

Zadanie (b) Obliczyć deformacje Ziemi w punkcie o zadanych współrzędnych pod wpływem obciążenia wodami hydrosfery lądowej.

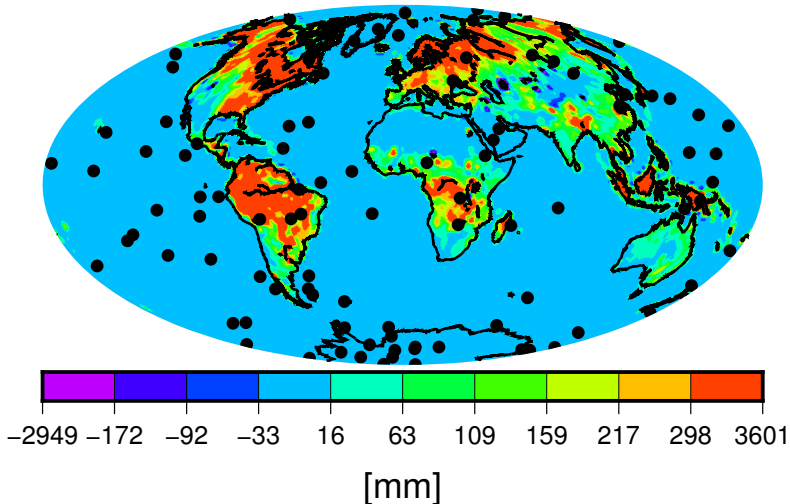
Zadanie (b) Obliczyć deformacje Ziemi w punkcie o zadanych współrzędnych pod wpływem obciążenia wodami hydrosfery lądowej.

Deformacje skorupy Ziemskiej



Zadanie (b) Obliczyć deformacje Ziemi w punkcie o zadanych współrzędnych pod wpływem obciążenia wodami hydrosfery lądowej.

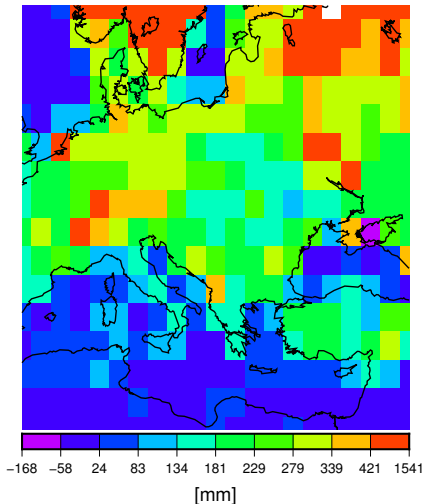
Deformacje skorupy Ziemskiej





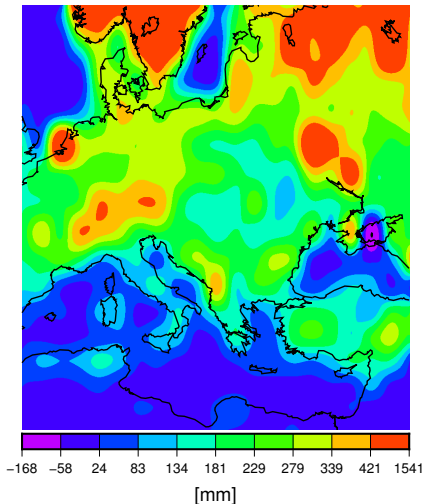
Zadanie (b) Obliczyć deformacje Ziemi w punkcie o zadanych współrzędnych pod wpływem obciążenia wodami hydrosfery lądowej.

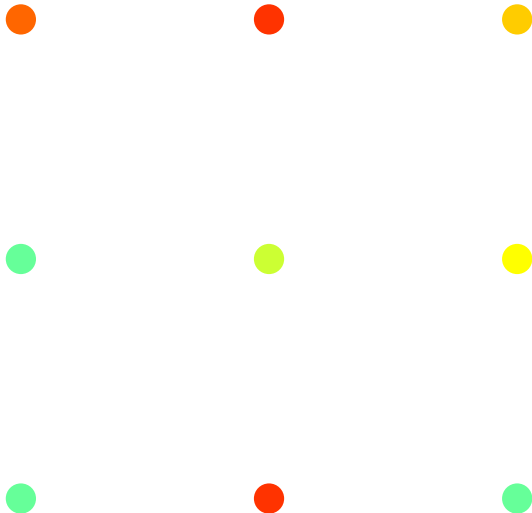
Deformacje skorupy Ziemskej



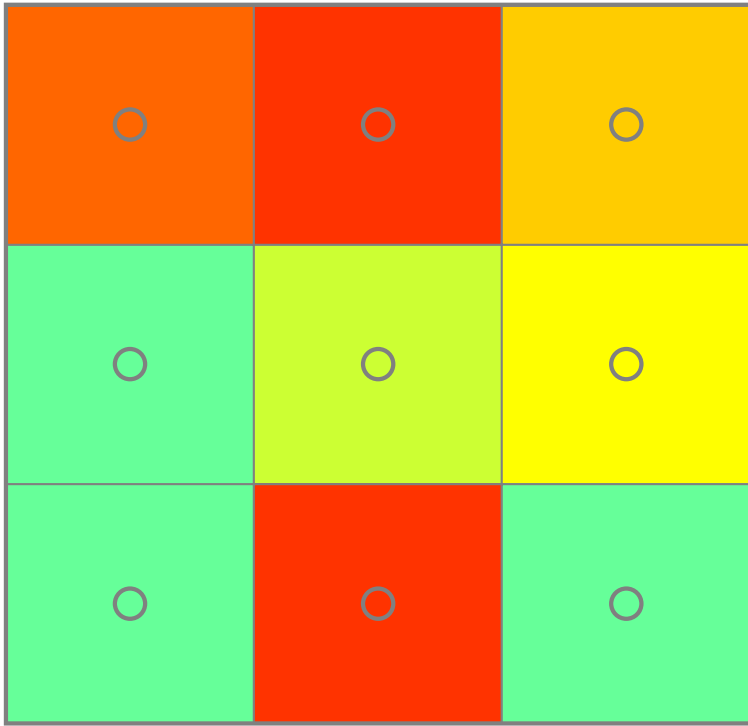
Zadanie (b) Obliczyć deformacje Ziemi w punkcie o zadanych współrzędnych pod wpływem obciążenia wodami hydrosfery lądowej.

Deformacje skorupy Ziemskej

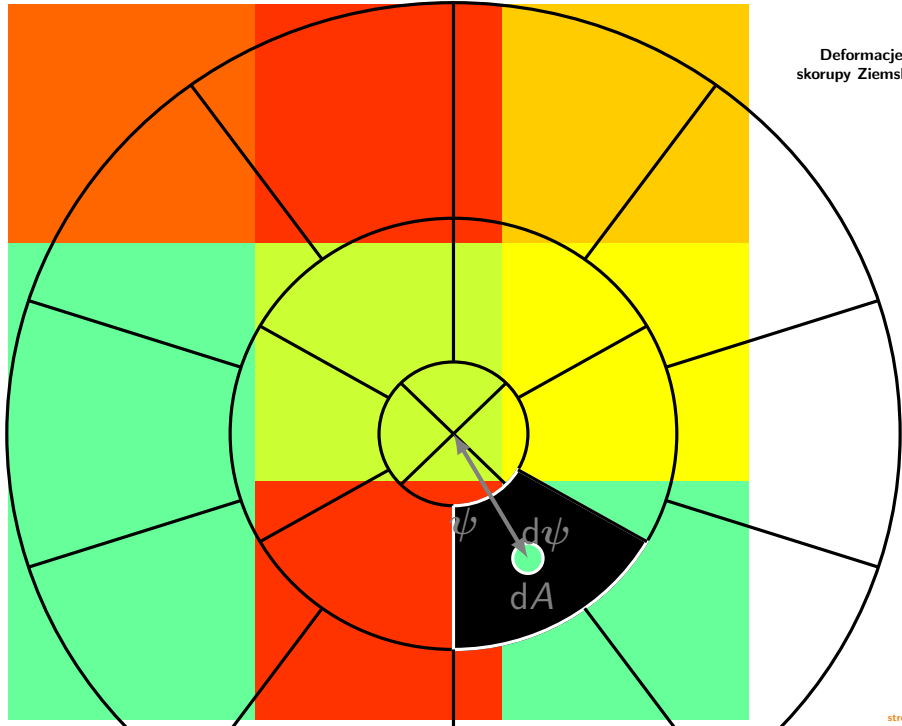




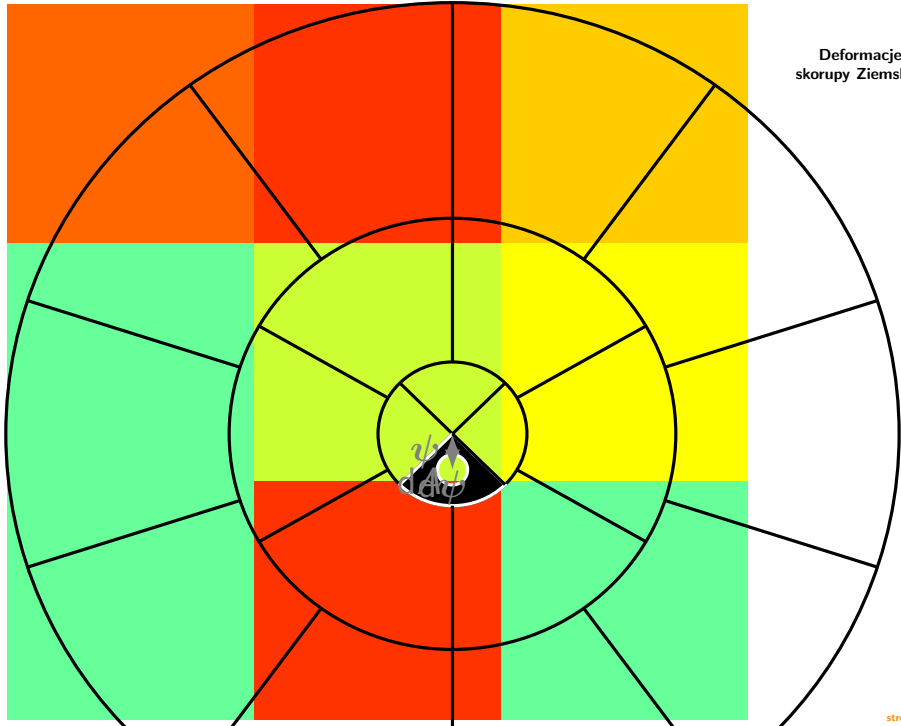
**Deformacje  
skorupy Ziemskiej**



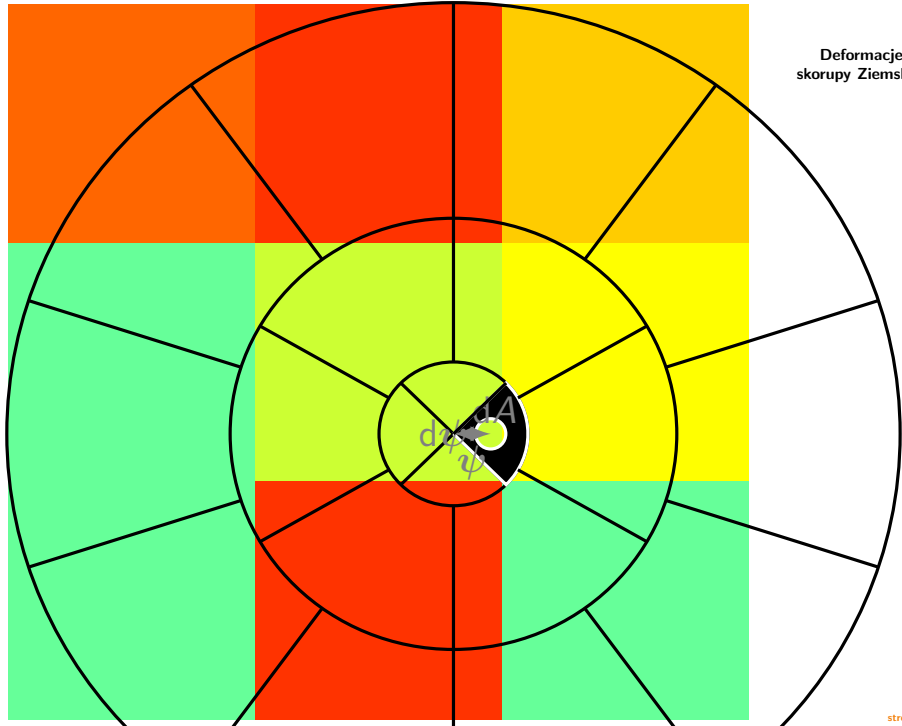
Deformacje skorupy Ziemskiej



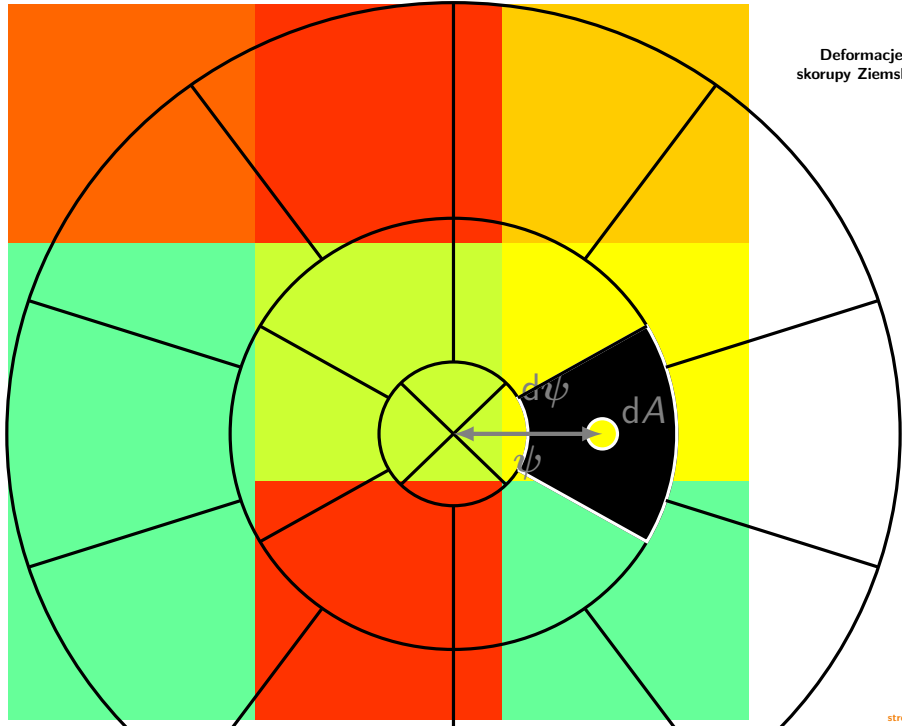
Deformacje  
skorupy Ziemskiej



Deformacje skorupy Ziemskiej

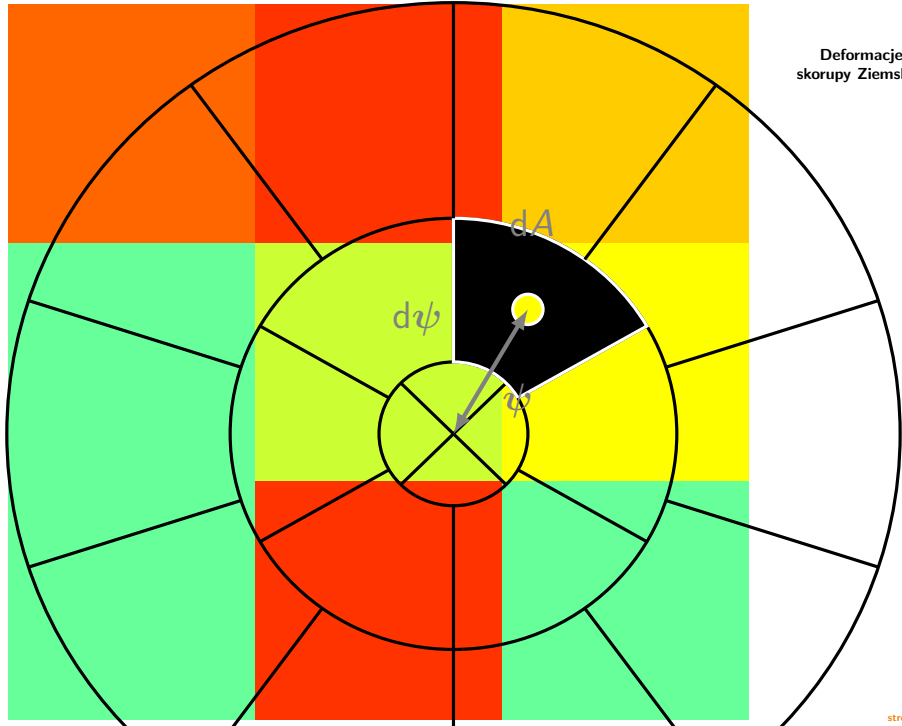


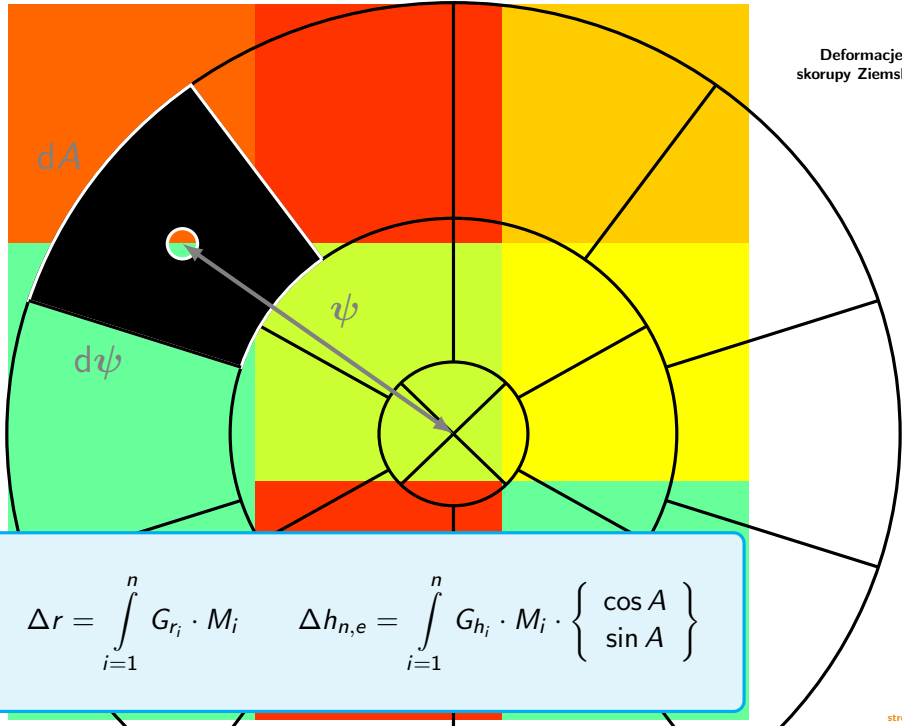
Deformacje skorupy Ziemskiej



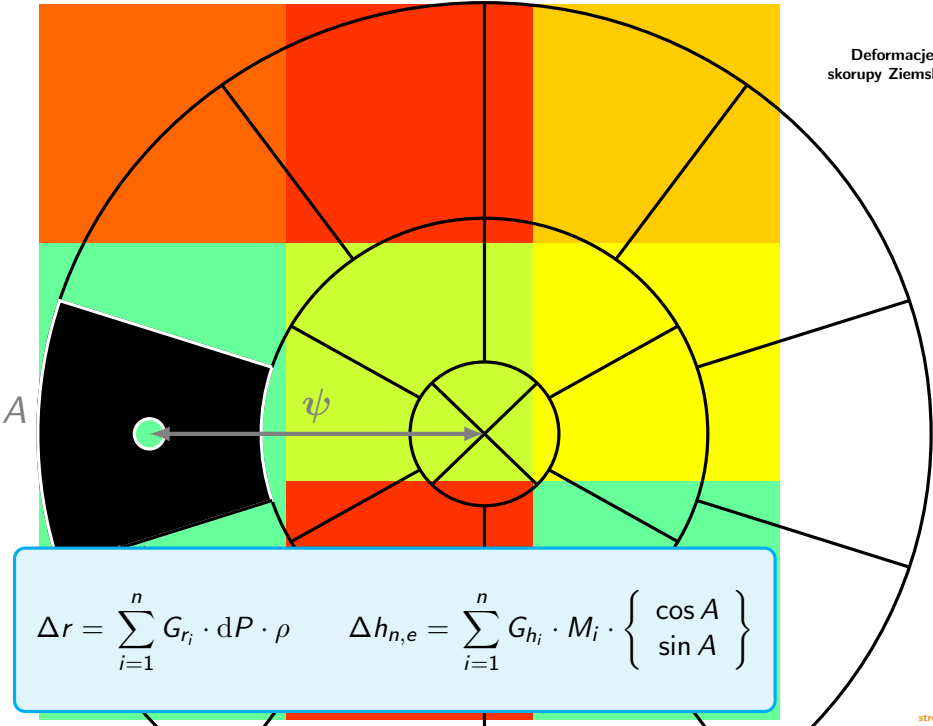


Deformacje skorupy Ziemskiej





$$\Delta r = \int_{i=1}^n G_{r_i} \cdot M_i \quad \Delta h_{n,e} = \int_{i=1}^n G_{h_i} \cdot M_i \cdot \begin{Bmatrix} \cos A \\ \sin A \end{Bmatrix}$$



$$\Delta r = \sum_{i=1}^n G_{r_i} \cdot dP \cdot \rho \quad \Delta h_{n,e} = \sum_{i=1}^n G_{h_i} \cdot M_i \cdot \begin{Bmatrix} \cos A \\ \sin A \end{Bmatrix}$$

