

Satelitarne techniki pomiarowe

# Elementy orbity

materiały do ćwiczeń  
aktualizacja: 14 marca 2014

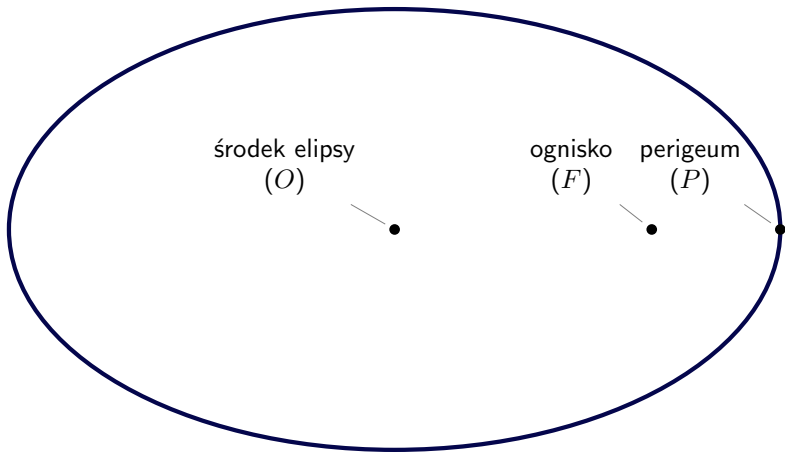
Elementy orbity

Elementy orbity

Anomalie

Zadanie

Do domu



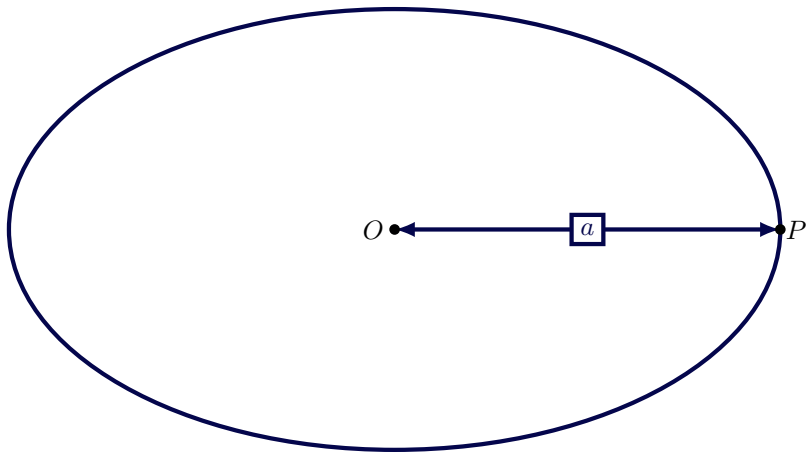
Elementy orbity

Elementy orbity

Anomalie

Zadania

Do domu



**Elementy  
orbity**

Wielkość i kształt

$a$

Elementy orbity

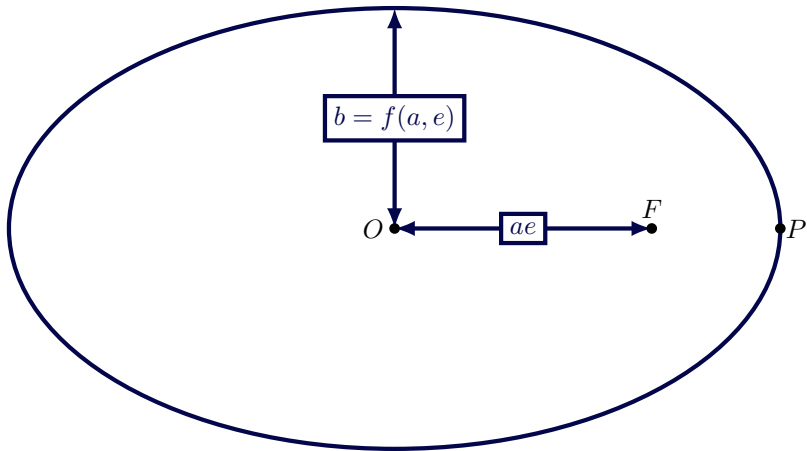
Elementy orbity

Elementy orbity

Anomalie

Zadanie

Do domu



**Elementy  
orbity**

Wielkość i kształt

$a, e$

Elementy orbity

Elementy orbity

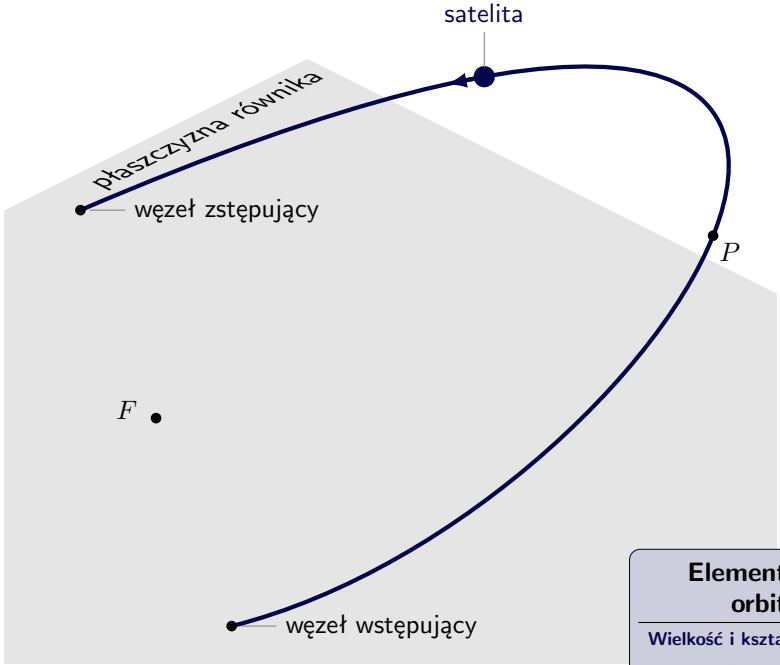
Elementy orbity

Anomalie

Zadanie

Do domu

# Elementy orbity



<b>Elementy orbity</b>
<hr/>
Wielkość i kształt
a, e

Elementy orbity

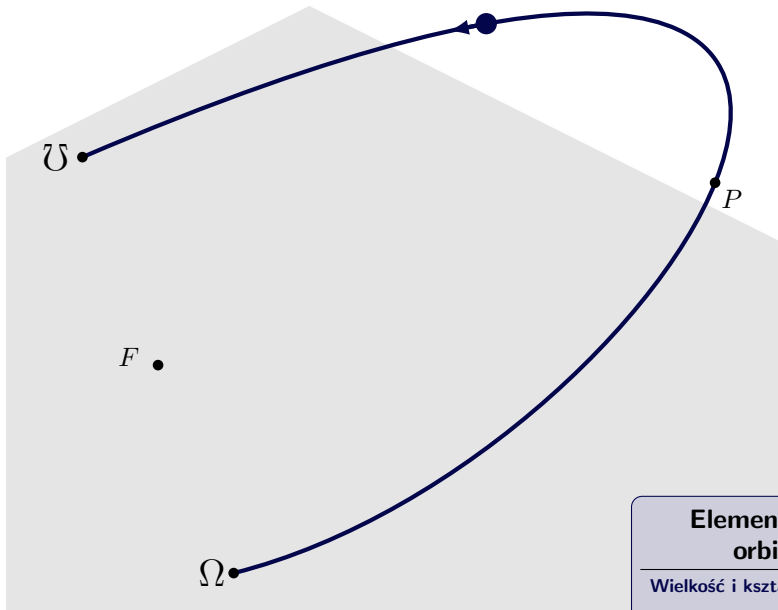
Elementy orbity

Anomalie

Zadanie

Do domu

# Elementy orbity



**Elementy  
orbity**

Wielkość i kształt

$a, e$

Elementy orbity

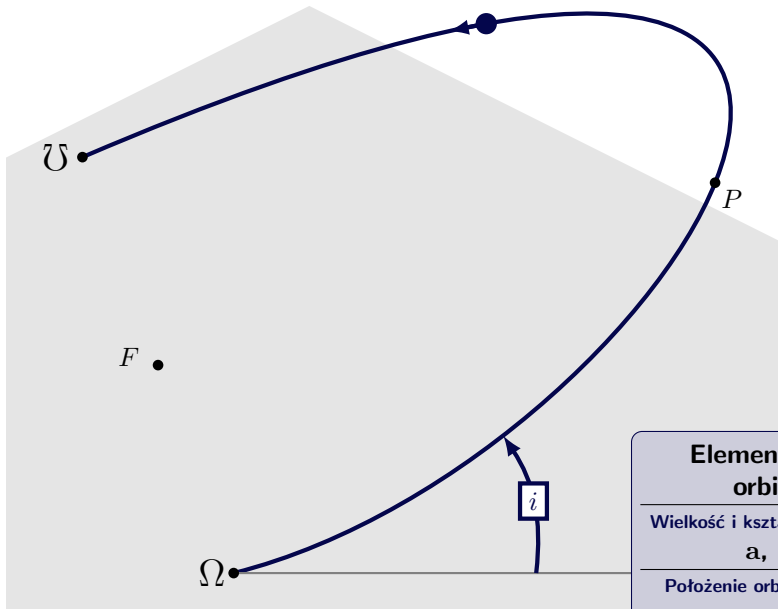
Elementy orbity

Anomalie

Zadanie

Do domu

# Elementy orbity



## Elementy orbity

Wielkość i kształt  
 $a, e$

Położenie orbity  
 $i$

Elementy orbity

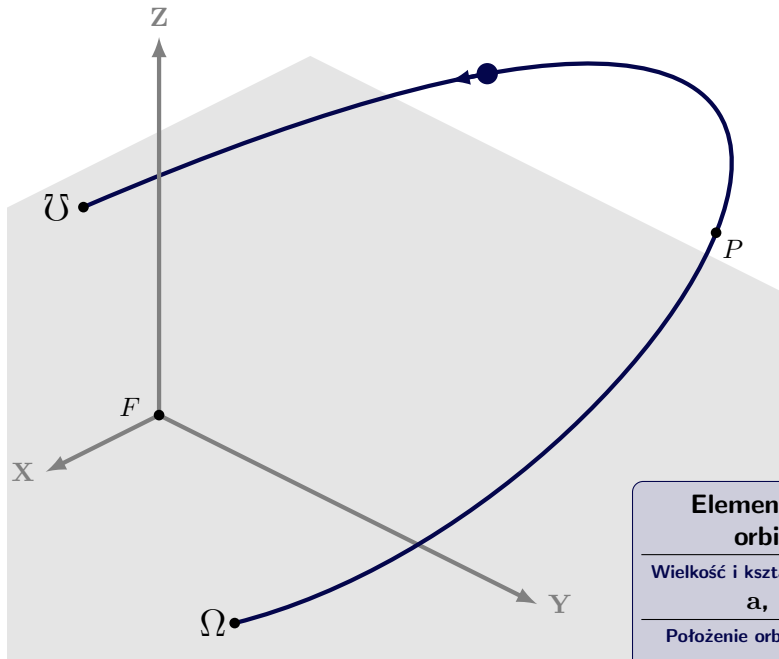
Elementy orbity

Anomalie

Zadanie

Do domu

# Elementy orbity



## Elementy orbity

Wielkość i kształt  
 $a, e$

Położenie orbity  
 $i$



Elementy orbity

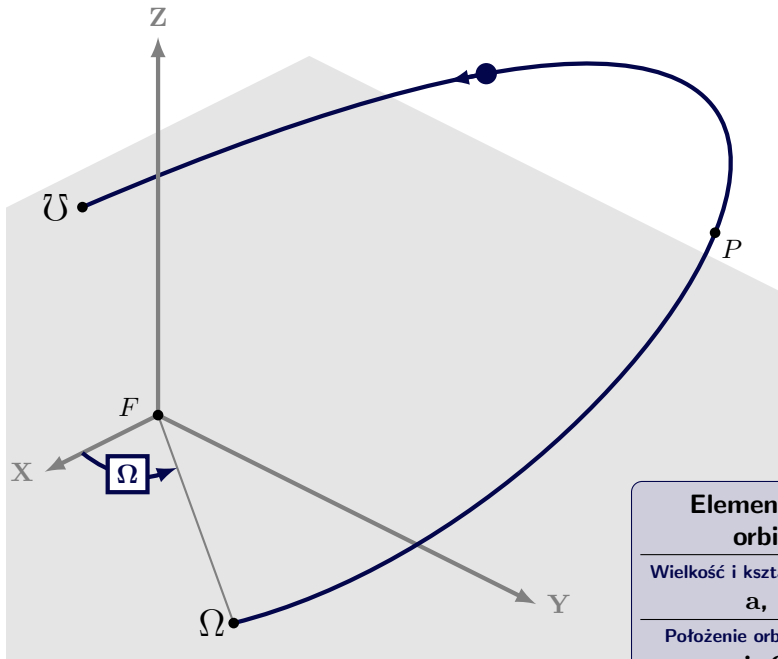
Elementy orbity

Anomalie

Zadanie

Do domu

# Elementy orbity



## Elementy orbity

Wielkość i kształt  
 $a, e$

Położenie orbity  
 $i, \Omega$

Elementy orbity

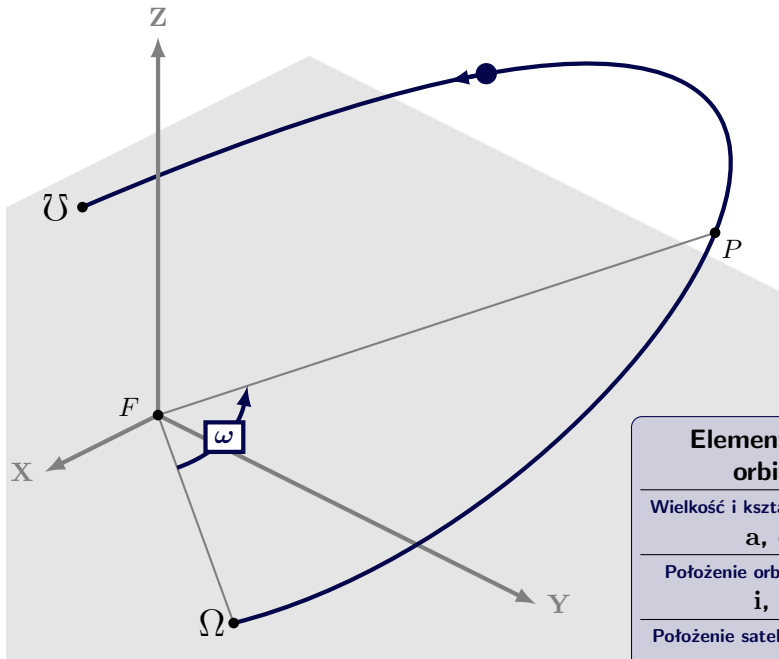
Elementy orbity

Anomalie

Zadanie

Do domu

# Elementy orbity



## Elementy orbity

Wielkość i kształt  
 $a, e$

Położenie orbity  
 $i, \Omega$

Położenie satelity  
 $\omega$

Elementy orbity

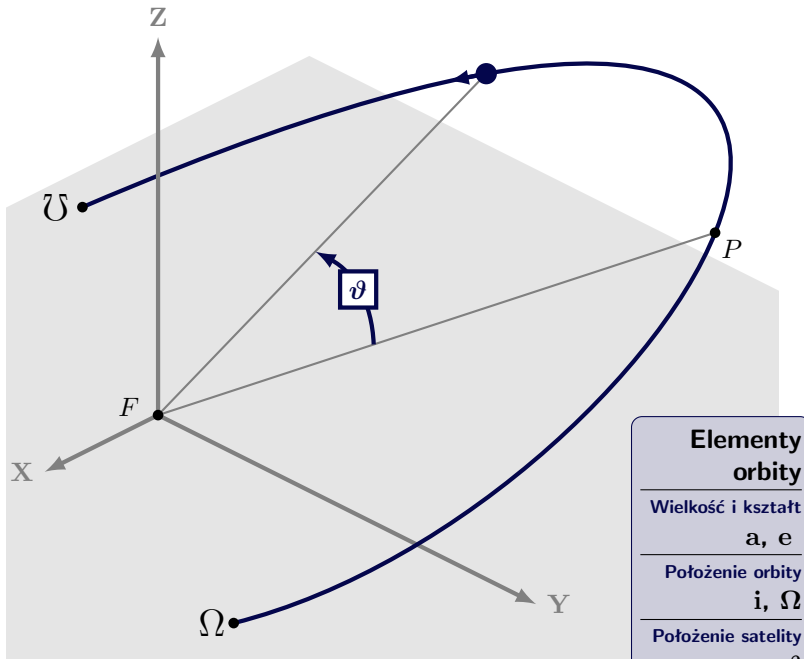
Elementy orbity

Anomalie

Zadanie

Do domu

# Elementy orbity



Elementy orbity

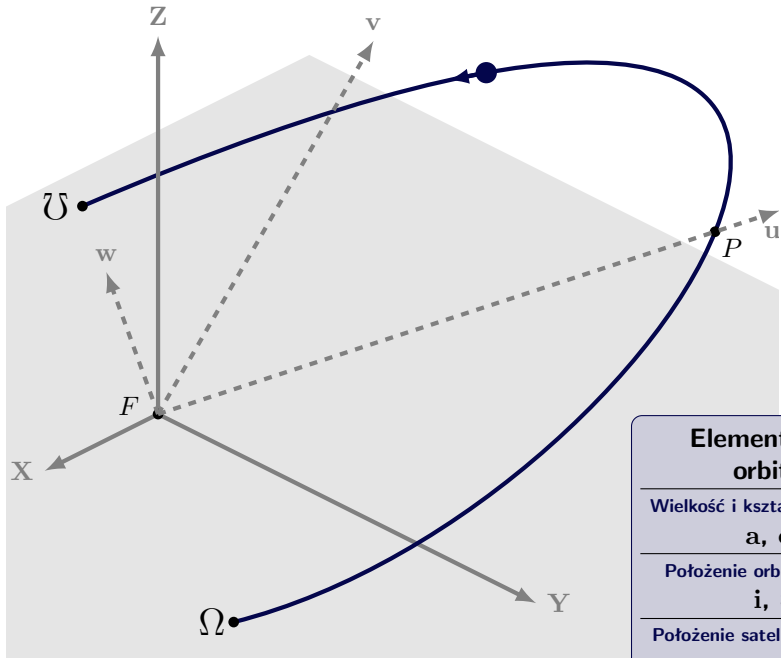
Elementy orbity

Anomalie

Zadanie

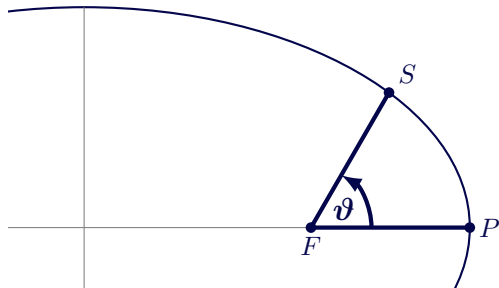
Do domu

# Elementy orbity



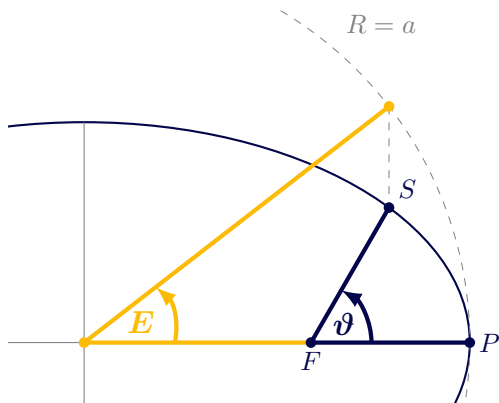
Elementy orbity
Wielkość i kształt $a, e$
Położenie orbity $i, \Omega$
Położenie satelity $\omega, \vartheta$

# Anomalie

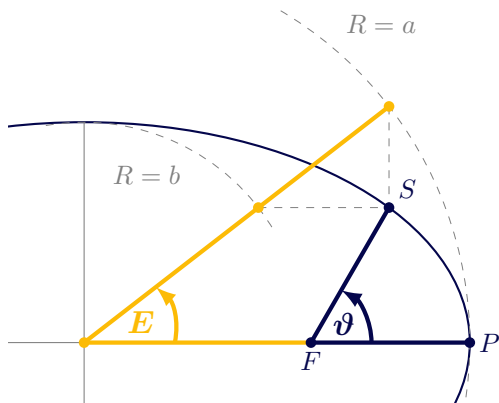


**Anomalie**

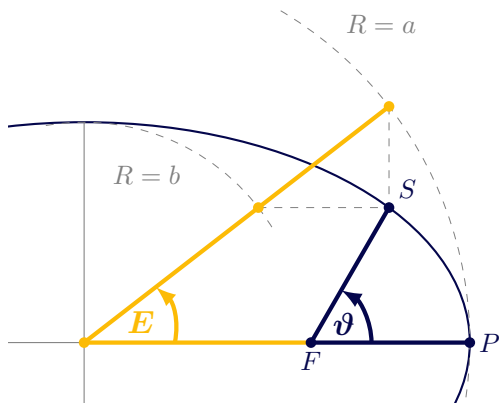
$\vartheta$  – prawdziwa

**Anomalie**

- $\vartheta$  – prawdziwa
- $E$  – mimośrodkowa

**Anomalie**

- $\vartheta$  – prawdziwa
- $E$  – mimośrodkowa

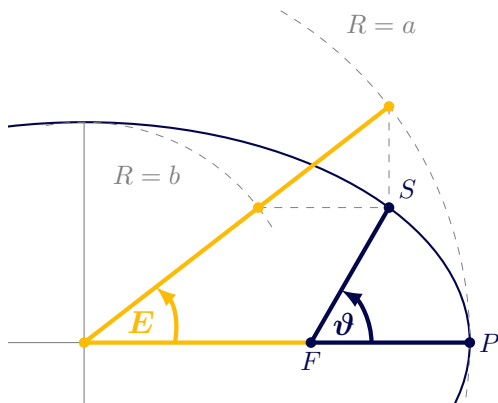


$$\operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \operatorname{tg} \frac{E}{2}$$

### Anomalie

- $\vartheta$  – prawdziwa
- $E$  – mimośrodkowa



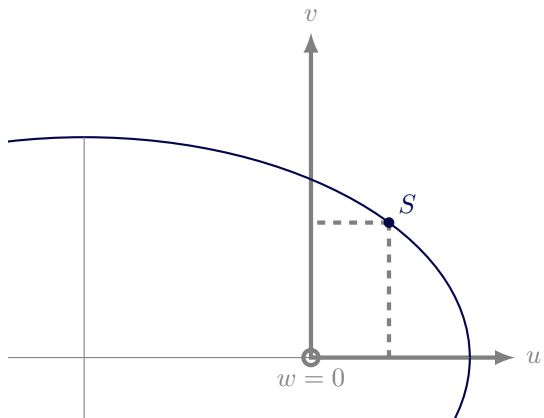


$$M = n t = \sqrt{\frac{G(M_{\star} + m)}{a^3}} t$$

$$M = E - e \cdot \sin E$$

### Anomalie

- $\vartheta$  – prawdziwa
- $E$  – mimośrodkowa
- $M$  – średnia



- 1  $\vartheta, E, M$  gdy  $e = 0$ ?

- 1  $\vartheta, E, M$  gdy  $e = 0$ ?
- 2 Obliczyć anomalię prawdziwą, jeśli anomalia mimośrodowa jest równa  $0^\circ$ .  $a = 20\,200$  km  $e = 0,1$ .

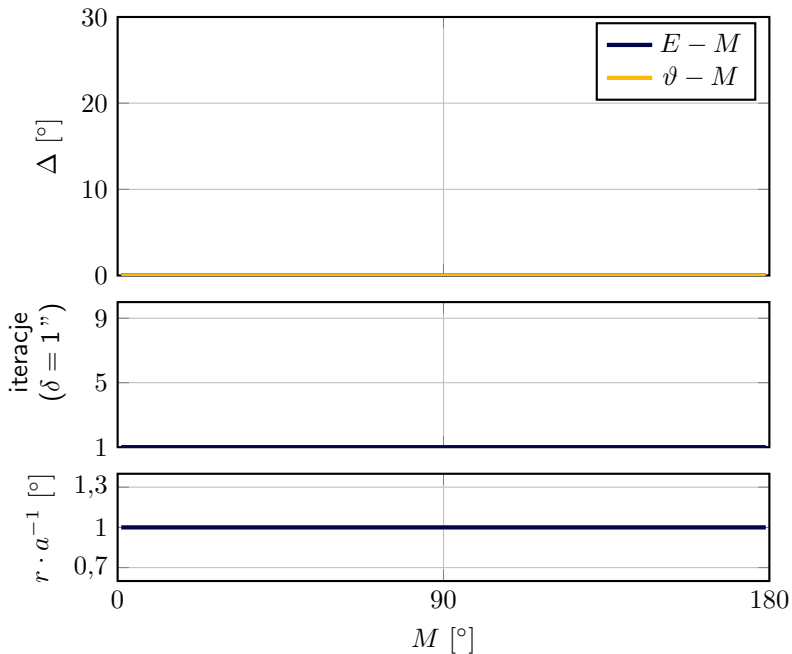
- 1  $\vartheta, E, M$  gdy  $e = 0$ ?
- 2 Obliczyć anomalię prawdziwą, jeśli anomalia mimośrodowa jest równa  $0^\circ$ .  $a = 20\,200$  km  $e = 0,1$ . Obliczyć współrzędne kartezjańskie w układzie orbitalnym  $(u, v, w)$ .

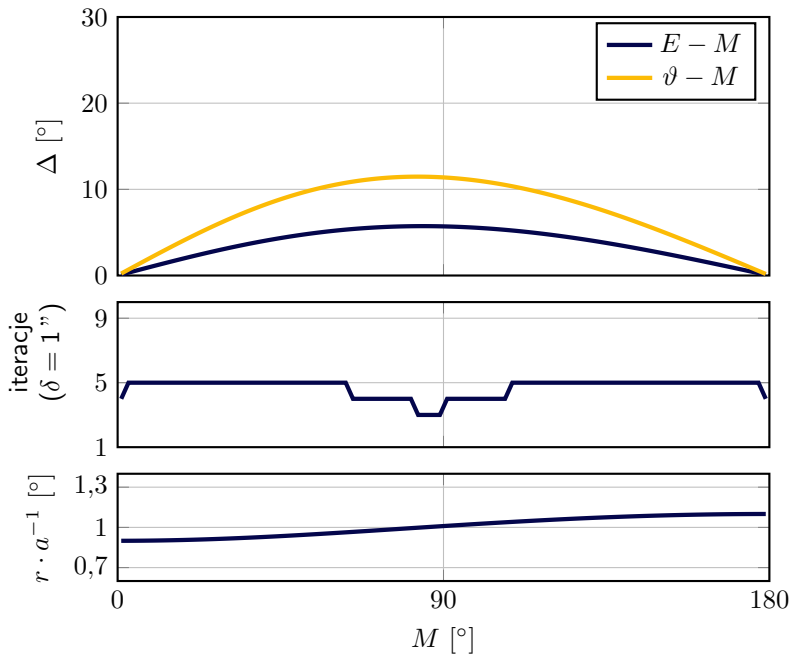
- 1  $\vartheta, E, M$  gdy  $e = 0$ ?
- 2 Obliczyć anomalię prawdziwą, jeśli anomalia mimośrodowa jest równa  $0^\circ$ .  $a = 20\,200$  km  $e = 0,1$ . Obliczyć współrzędne kartezjańskie w układzie orbitalnym  $(u, v, w)$ .
- 3 Obliczyć anomalię prawdziwą, jeśli anomalia mimośrodowa jest równa  $270^\circ$ .  $a = 20\,200$  km  $e = 0,1$ .

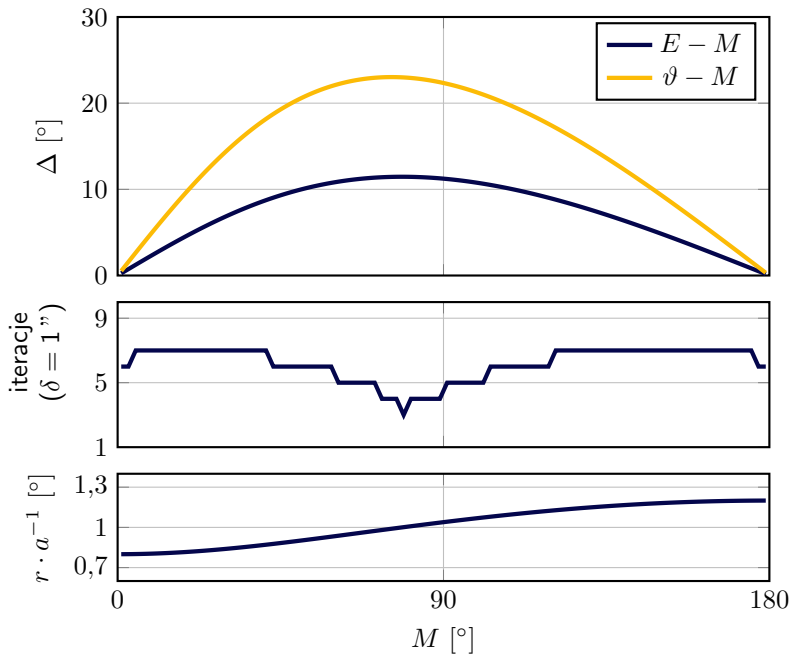
- 1  $\vartheta, E, M$  gdy  $e = 0$ ?
- 2 Obliczyć anomalię prawdziwą, jeśli anomalia mimośrodowa jest równa  $0^\circ$ .  $a = 20\,200$  km  $e = 0,1$ . Obliczyć współrzędne kartezjańskie w układzie orbitalnym  $(u, v, w)$ .
- 3 Obliczyć anomalię prawdziwą, jeśli anomalia mimośrodowa jest równa  $270^\circ$ .  $a = 20\,200$  km  $e = 0,1$ . Obliczyć współrzędne kartezjańskie w układzie orbitalnym  $(u, v, w)$ .

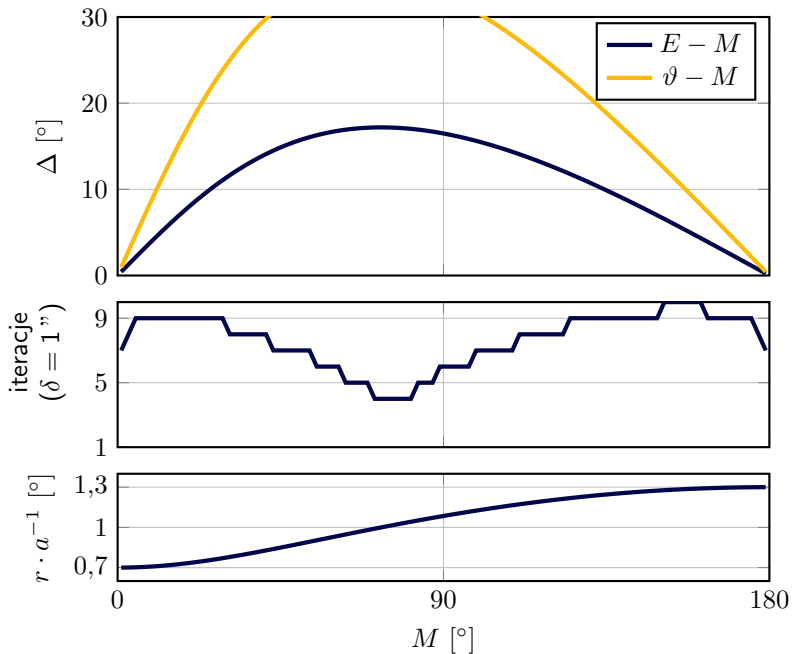
- 1  $\vartheta, E, M$  gdy  $e = 0$ ?
- 2 Obliczyć anomalię prawdziwą, jeśli anomalia mimośrodowa jest równa  $0^\circ$ .  $a = 20\,200$  km  $e = 0,1$ . Obliczyć współrzędne kartezjańskie w układzie orbitalnym  $(u, v, w)$ .
- 3 Obliczyć anomalię prawdziwą, jeśli anomalia mimośrodowa jest równa  $270^\circ$ .  $a = 20\,200$  km  $e = 0,1$ . Obliczyć współrzędne kartezjańskie w układzie orbitalnym  $(u, v, w)$ .
- 4 Obliczyć anomalię prawdziwą wiedząc, że anomalia średnia wynosi  $30^\circ$ . ( $e = 0,1$ )



$e = 0,0$ 

$e = 0,1$ 

$e = 0,2$ 

$e = 0,3$ 

## Następne zajęcia

- Przeliczanie współrzędnych kartezjańskich geocentrycznych oraz ich pierwszych pochodnych na elementy orbity i zadanie odwrotne

$$X, \dot{X} \longleftrightarrow a, e, i, \omega, \Omega, t_p$$

- Obliczanie współrzędnych satelity na podstawie almanachu
- [www.geo.republika.pl/dydaktyka.html](http://www.geo.republika.pl/dydaktyka.html) – zadanie
- kalkulator, laptop

Przykład iteracyjnego rozwiązania równania Keplera.

Dane

$$M = 30^\circ, e = 0,1$$

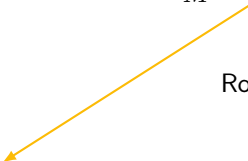
Rozwiązanie

Przykład iteracyjnego rozwiązania równania Keplera.

Dane

$$M = 30^\circ, e = 0,1$$

Rozwiązanie

$$E_1 = M$$


Przykład iteracyjnego rozwiązania równania Keplera.

Dane

$$M = 30^\circ, e = 0,1$$

Rozwiązanie

$$E_1 = M = 30,000\,000^\circ$$



Przykład iteracyjnego rozwiązania równania Keplera.

Dane

$$M = 30^\circ, e = 0,1$$

Rozwiązanie

$$E_1 = M = 30,000\,000^\circ$$

## Przykład iteracyjnego rozwiązania równania Keplera.

Dane

$$M = 30^\circ, e = 0,1$$

Rozwiązanie

$$E_1 = M$$
$$E_2 = M + e \cdot \sin E_1 = 30,000\,000^\circ$$

Przykład iteracyjnego rozwiązania równania Keplera.

Dane

$$M = 30^\circ, e = 0,1$$

Rozwiązanie

$$E_1 = M = 30,000\,000^\circ$$

$$E_2 = M + e \cdot \sin E_1 = 32,864\,789^\circ$$

Przykład iteracyjnego rozwiązania równania Keplera.

Dane

$$M = 30^\circ, e = 0,1$$

Rozwiązanie

$$\begin{aligned} E_1 &= M &= 30,000\,000^\circ \\ E_2 &= M + e \cdot \sin E_1 &= 32,864\,789^\circ \longrightarrow \Delta E = 2,864\,789^\circ \end{aligned}$$

## Przykład iteracyjnego rozwiązania równania Keplera.

Dane

$$M = 30^\circ, e = 0,1$$

Rozwiązanie

$$E_1 = M = 30,000\,000^\circ$$

$$E_2 = M + e \cdot \sin E_1 = 32,864\,789^\circ$$

$$E_3 = M + e \cdot \sin E_2$$

$$\Delta E = 2,864\,789^\circ$$

Przykład iteracyjnego rozwiązania równania Keplera.

Dane

$$M = 30^\circ, e = 0,1$$

Rozwiązanie

$$E_1 = M = 30,000\,000^\circ$$

$$E_2 = M + e \cdot \sin E_1 = 32,864\,789^\circ \quad \Delta E = 2,864\,789^\circ$$

$$E_3 = M + e \cdot \sin E_2 = 33,109\,203^\circ$$

## Przykład iteracyjnego rozwiązania równania Keplera.

Dane

$$M = 30^\circ, e = 0,1$$

Rozwiązanie

$$E_1 = M = 30,000\,000^\circ$$

$$E_2 = M + e \cdot \sin E_1 = 32,864\,789^\circ \quad \Delta E = 2,864\,789^\circ$$

$$E_3 = M + e \cdot \sin E_2 = 33,109\,203^\circ \rightarrow \Delta E = 0,244\,414^\circ$$

## Przykład iteracyjnego rozwiązania równania Keplera.

Dane

$$M = 30^\circ, e = 0,1$$

Rozwiązanie

$$E_1 = M = 30,000\,000^\circ$$

$$E_2 = M + e \cdot \sin E_1 = 32,864\,789^\circ$$

$$\Delta E = 2,864\,789^\circ$$

$$E_3 = M + e \cdot \sin E_2 = 33,109\,203^\circ$$

$$\Delta E = 0,244\,414^\circ$$

$$E_4 = M + e \cdot \sin E_3$$



## Przykład iteracyjnego rozwiązania równania Keplera.

Dane

$$M = 30^\circ, e = 0,1$$

Rozwiązanie

$$E_1 = M = 30,000\,000^\circ$$

$$E_2 = M + e \cdot \sin E_1 = 32,864\,789^\circ \quad \Delta E = 2,864\,789^\circ$$

$$E_3 = M + e \cdot \sin E_2 = 33,109\,203^\circ \quad \Delta E = 0,244\,414^\circ$$

$$E_4 = M + e \cdot \sin E_3 = 33,129\,705^\circ$$

## Przykład iteracyjnego rozwiązania równania Keplera.

Dane

$$M = 30^\circ, e = 0,1$$

Rozwiązanie

$$E_1 = M = 30,000\,000^\circ$$

$$E_2 = M + e \cdot \sin E_1 = 32,864\,789^\circ \quad \Delta E = 2,864\,789^\circ$$

$$E_3 = M + e \cdot \sin E_2 = 33,109\,203^\circ \quad \Delta E = 0,244\,414^\circ$$

$$E_4 = M + e \cdot \sin E_3 = 33,129\,705^\circ \rightarrow \Delta E = 0,020\,501^\circ$$

## Przykład iteracyjnego rozwiązania równania Keplera.

Dane

$$M = 30^\circ, e = 0,1$$

Rozwiązanie

$$E_1 = M = 30,000\,000^\circ$$

$$E_2 = M + e \cdot \sin E_1 = 32,864\,789^\circ \quad \Delta E = 2,864\,789^\circ$$

$$E_3 = M + e \cdot \sin E_2 = 33,109\,203^\circ \quad \Delta E = 0,244\,414^\circ$$

$$E_4 = M + e \cdot \sin E_3 = 33,129\,705^\circ \quad \Delta E = 0,020\,501^\circ$$

$$E_5 = M + e \cdot \sin E_4$$

Przykład iteracyjnego rozwiązania równania Keplera.

Dane

$$M = 30^\circ, e = 0,1$$

Rozwiązanie

$$E_1 = M = 30,000\,000^\circ$$

$$E_2 = M + e \cdot \sin E_1 = 32,864\,789^\circ \quad \Delta E = 2,864\,789^\circ$$

$$E_3 = M + e \cdot \sin E_2 = 33,109\,203^\circ \quad \Delta E = 0,244\,414^\circ$$

$$E_4 = M + e \cdot \sin E_3 = 33,129\,705^\circ \quad \Delta E = 0,020\,501^\circ$$

$$E_5 = M + e \cdot \sin E_4 = 33,131\,422^\circ$$

## Przykład iteracyjnego rozwiązania równania Keplera.

Dane

$$M = 30^\circ, e = 0,1$$

Rozwiązanie

$$\begin{array}{rcll}
 E_1 = M & = & 30,000\,000^\circ & \\
 E_2 = M + e \cdot \sin E_1 & = & 32,864\,789^\circ & \Delta E = 2,864\,789^\circ \\
 E_3 = M + e \cdot \sin E_2 & = & 33,109\,203^\circ & \Delta E = 0,244\,414^\circ \\
 E_4 = M + e \cdot \sin E_3 & = & 33,129\,705^\circ & \Delta E = 0,020\,501^\circ \\
 E_5 = M + e \cdot \sin E_4 & = & 33,131\,422^\circ & \Delta E = 0,001\,717^\circ
 \end{array}$$

## Przykład iteracyjnego rozwiązania równania Keplera.

Dane

$$M = 30^\circ, e = 0,1$$

Rozwiązanie

$$E_1 = M = 30,000\,000^\circ$$

$$E_2 = M + e \cdot \sin E_1 = 32,864\,789^\circ \quad \Delta E = 2,864\,789^\circ$$

$$E_3 = M + e \cdot \sin E_2 = 33,109\,203^\circ \quad \Delta E = 0,244\,414^\circ$$

$$E_4 = M + e \cdot \sin E_3 = 33,129\,705^\circ \quad \Delta E = 0,020\,501^\circ$$

$$E_5 = M + e \cdot \sin E_4 = 33,131\,422^\circ \quad \Delta E = 0,001\,717^\circ$$

$$E_6 = M + e \cdot \sin E_5$$

Przykład iteracyjnego rozwiązania równania Keplera.

Dane

$$M = 30^\circ, e = 0,1$$

Rozwiązanie

$$E_1 = M = 30,000\,000^\circ$$

$$E_2 = M + e \cdot \sin E_1 = 32,864\,789^\circ \quad \Delta E = 2,864\,789^\circ$$

$$E_3 = M + e \cdot \sin E_2 = 33,109\,203^\circ \quad \Delta E = 0,244\,414^\circ$$

$$E_4 = M + e \cdot \sin E_3 = 33,129\,705^\circ \quad \Delta E = 0,020\,501^\circ$$

$$E_5 = M + e \cdot \sin E_4 = 33,131\,422^\circ \quad \Delta E = 0,001\,717^\circ$$

$$E_6 = M + e \cdot \sin E_5 = 33,131\,566^\circ$$

## Przykład iteracyjnego rozwiązania równania Keplera.

Dane

$$M = 30^\circ, e = 0,1$$

Rozwiązanie

$$E_1 = M = 30,000\,000^\circ$$

$$E_2 = M + e \cdot \sin E_1 = 32,864\,789^\circ \quad \Delta E = 2,864\,789^\circ$$

$$E_3 = M + e \cdot \sin E_2 = 33,109\,203^\circ \quad \Delta E = 0,244\,414^\circ$$

$$E_4 = M + e \cdot \sin E_3 = 33,129\,705^\circ \quad \Delta E = 0,020\,501^\circ$$

$$E_5 = M + e \cdot \sin E_4 = 33,131\,422^\circ \quad \Delta E = 0,001\,717^\circ$$

$$E_6 = M + e \cdot \sin E_5 = 33,131\,566^\circ \rightarrow \Delta E = 0,000\,144^\circ$$



## Przykład iteracyjnego rozwiązania równania Keplera.

Dane

$$M = 30^\circ, e = 0,1$$

Rozwiązanie

$$E_1 = M = 30,000\,000^\circ$$

$$E_2 = M + e \cdot \sin E_1 = 32,864\,789^\circ \quad \Delta E = 2,864\,789^\circ$$

$$E_3 = M + e \cdot \sin E_2 = 33,109\,203^\circ \quad \Delta E = 0,244\,414^\circ$$

$$E_4 = M + e \cdot \sin E_3 = 33,129\,705^\circ \quad \Delta E = 0,020\,501^\circ$$

$$E_5 = M + e \cdot \sin E_4 = 33,131\,422^\circ \quad \Delta E = 0,001\,717^\circ$$

$$E_6 = M + e \cdot \sin E_5 = 33,131\,566^\circ \quad \Delta E = 0,000\,144^\circ$$

$$E_7 = M + e \cdot \sin E_6$$

Przykład iteracyjnego rozwiązania równania Keplera.

Dane

$$M = 30^\circ, e = 0,1$$

Rozwiązanie

$$E_1 = M = 30,000\,000^\circ$$

$$E_2 = M + e \cdot \sin E_1 = 32,864\,789^\circ \quad \Delta E = 2,864\,789^\circ$$

$$E_3 = M + e \cdot \sin E_2 = 33,109\,203^\circ \quad \Delta E = 0,244\,414^\circ$$

$$E_4 = M + e \cdot \sin E_3 = 33,129\,705^\circ \quad \Delta E = 0,020\,501^\circ$$

$$E_5 = M + e \cdot \sin E_4 = 33,131\,422^\circ \quad \Delta E = 0,001\,717^\circ$$

$$E_6 = M + e \cdot \sin E_5 = 33,131\,566^\circ \quad \Delta E = 0,000\,144^\circ$$

$$E_7 = M + e \cdot \sin E_6 = 33,131\,578^\circ$$

## Przykład iteracyjnego rozwiązania równania Keplera.

Dane

$$M = 30^\circ, e = 0,1$$

Rozwiązanie

$E_1 = M$	$= 30,000\,000^\circ$	
$E_2 = M + e \cdot \sin E_1$	$= 32,864\,789^\circ$	$\Delta E = 2,864\,789^\circ$
$E_3 = M + e \cdot \sin E_2$	$= 33,109\,203^\circ$	$\Delta E = 0,244\,414^\circ$
$E_4 = M + e \cdot \sin E_3$	$= 33,129\,705^\circ$	$\Delta E = 0,020\,501^\circ$
$E_5 = M + e \cdot \sin E_4$	$= 33,131\,422^\circ$	$\Delta E = 0,001\,717^\circ$
$E_6 = M + e \cdot \sin E_5$	$= 33,131\,566^\circ$	$\Delta E = 0,000\,144^\circ$
$E_7 = M + e \cdot \sin E_6$	$= 33,131\,578^\circ$	$\Delta E = 0,000\,012^\circ$

Przykład iteracyjnego rozwiązania równania Keplera.

Dane

$$M = 30^\circ, e = 0,1$$

Rozwiązanie

$$\begin{aligned} E_1 = M &= 30,000\,000^\circ \\ E_2 = M + e \cdot \sin E_1 &= 32,864\,789^\circ & \Delta E = 2,864\,789^\circ \\ E_3 = M + e \cdot \sin E_2 &= 33,109\,203^\circ & \Delta E = 0,244\,414^\circ \\ E_4 = M + e \cdot \sin E_3 &= 33,129\,705^\circ & \Delta E = 0,020\,501^\circ \\ E_5 = M + e \cdot \sin E_4 &= 33,131\,422^\circ & \Delta E = 0,001\,717^\circ \\ E_6 = M + e \cdot \sin E_5 &= 33,131\,566^\circ & \Delta E = 0,000\,144^\circ \\ E_7 = M + e \cdot \sin E_6 &= 33,131\,578^\circ & \Delta E = 0,000\,012^\circ \end{aligned}$$

$$E = 33,131\,578^\circ$$